\\80\\

Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining

di

Francesca Bergamini

Febbraio 1991

Dipartimento di Economia Politica
Via Giardini 454
41100 Modena (Italy)

ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLE SOLUZIONI DI UN GIOCO BARGAINING

F.Bergamini
Dipartimento di Economia
Universita' di Modena

INTRODUZIONE

In questo articolo si intende analizzare il problema bargaining operando un confronto tra le diverse soluzioni proposte da Nash [11] e da Kalai-Smorodinsky [5]. Il raffronto e' condotto focalizzando l'attenzione sul concetto di avversione al rischio dei giocatori, intendosi con cio' proporre uno sviluppo dell'analisi volta a considerare come fattore determinante la diversa personalita' dei giocatori. Tale approccio evidenzia la centralita', in un'analisi di questo tipo, della teoria di Zeuthen [16] e la necessita' di evidenziare, al di la' della dimostrata equivalenza matematica Nash-Zeuthen, anche una equivalenza negli approcci concettuali che costituiscono il supporto delle due teorie. Data tale ipotesi di lavoro, il confronto tra le diverse soluzioni e' operato come analisi comparata tra due differenti giochi bargaining. In una prima analisi si ipotizza il verificarsi di una reale successione di bargaining: i giocatori, trovata una particolare situazione di accordo, rimettono in discussione il raggiunto bargaining point a causa di sopravvenute ulteriori alternative che rendono possibili accordi piu' favorevoli. Un ulteriore confronto individua due problemi bargaining come contrattazioni tra giocatori diversi su uno stesso insieme di alternative di cooperazione.

Analizzare una situazione bargaining tra due giocatori significa ipotizzare che, date posizioni inizialmente conflittuali in relazione a un determinato processo decisionale, questi possano determinare, attraverso uno schema coo-

perativo, soluzioni tali da migliorare le rispettive utilita'.
In un problema bargaining i giocatori hanno di fronte due possibili alternative: soluzioni di conflitto e soluzioni di cooperazione. Le prime sono individuate da un'unica alternativa certa $\overline{c} \in C$, mentre l'insieme delle alternative di cooperazione ammissibili si riconduce all'insieme compatto e convesso C.
Dato l'insieme C sono ipotizzabili come alternative di cooperazione anche tutti gli eventi incerti intesi come lotterie, $l \in L$, tra eventi certi $c_i \in C$:

$$l = \alpha c_1 + (1-\alpha)c_2 \quad \text{con} \quad \alpha \in [0,1].$$

Ciascun giocatore, per ipotesi razionale, determina, noti C e L, la propria funzione di utilita'. Date funzioni di utilita' concave si determina nello spazio $u_1 \times u_2$ delle utilita' del gioco, l'insieme compatto e convesso S

$$S = \{(u_1, u_2),\ u_1 = U_1(l)\ \ u_2 = U_2(l),\ l \in L\}$$

detto bargaining set del gioco o spazio dei payoff.
All'alternativa di conflitto, $\overline{c}$, e' associato in S il punto d:

$$d = \big(U_1(\overline{c}), U_2(\overline{c})\big) = (\overline{u}_1, \overline{u}_2)$$

detto punto di minaccia o status quo del gioco.

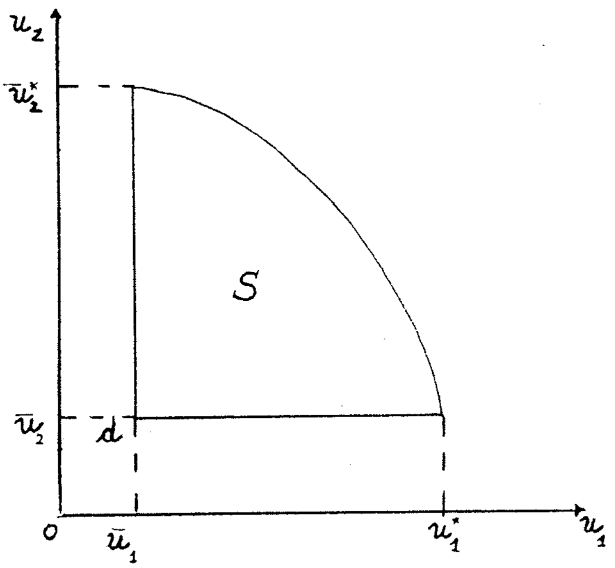

figura 1

Un problema bargaining risulta completamente determinato dalla coppia (S, d): cercare una soluzione del gioco significa determinare una funzione che associ ad ogni coppia un unico punto $p^*(u_1^*, u_2^*) \in S$ che soddisfi determinati assiomi.

Analizziamo le trattazioni assiomatiche del problema sopra delineato proposte da Nash e da Kalai-Smorodinsky.

- 1 - LA SOLUZIONE NASH

Nash ipotizza funzioni di utilita' lineari:

$$U_i[\alpha c_1 + (1-\alpha)c_2] = \alpha U_i(c_1) + (1-\alpha)U_i(c_2)$$

che soddisfano gli assiomi di Von Neumann e Morgestern [15] e che sono uniche a meno di trasformazioni affini.

Due elementi vanno qui evidenziati: i giocatori sono neutrali rispetto al rischio (poiche' le funzioni sono lineari e non strettamente concave) e la trattazione comporta, almeno a questo stadio, la non comparabilita' tra i livelli di utilita' conseguiti dai due giocatori.

La soluzione e' intesa come funzione $\varphi(S, d) = (u_1^*, u_2^*)$ definita sull'insieme B delle coppie (S, d) che soddisfa i seguenti assiomi:

ASSIOMA 1 (**Accettabilita'**) - $(u_1^*, u_2^*) \in S$;

ASSIOMA 2 (**Razionalita' individuale** - $(u_1^*, u_2^*) \geq (\overline{u}_1, \overline{u}_2)$;

ASSIOMA 3 (**Pareto ottimalita'**) - $(u_1^*, u_2^*) \in P(S)$ con $P(S)$ frontiera dell'insieme S;

ASSIOMA 4 (**Indipendenza dalle trasformazioni affini**) - Se S' e' ottenuto da S attraverso la trasformazione affine

$u_1' = \alpha_1 u_1 + \beta_1$

$u_2' = \alpha_2 u_2 + \beta_2$

con $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ e

$\varphi(S, d) = (u_1^*, u_2^*)$ allora:

$\varphi(S', d') = (u_1'^*, u_2'^*) = (\alpha_1 u_1^* + \beta_1, \alpha_2 u_2 + \beta_2)$;

ASSIOMA 5 (**Simmetria**) - Se
$(u_1, u_2) \in S \Leftrightarrow (u_2, u_1) \in S$ e $\overline{u}_1 = \overline{u}_2$, allora
$\varphi(S, d) = (u_1^*, u_2^*)$ con $u_1^* = u_2^*$;
ASSIOMA 6 (**Indipendenza dalle alternative irrilevanti**) - Se $T \subset S$ e
$\varphi(S, d) = (u_1^*, u_2^*) \in T$ allora
$\varphi(T, d) = \varphi(S, d) = (u_1^*, u_2^*)$;

Dati tali assiomi esiste ed e' unica la funzione $\varphi(S, d)$ che associa ad ogni gioco bargaining la coppia (u_1^*, u_2^*) che massimizza la funzione:

$$f(u_1, u_2) = (u_1 - \overline{u}_1)(u_2 - \overline{u}_2)$$

con $f(u_1, u_2)$ a valori in S.
Traducendo i suesposti assiomi, accettabilita' significa cercare la soluzione del gioco tra le soluzioni ammissibili e quindi nello spazio dei payoff del gioco. L'ipotesi di razionalita' individuale e' intesa ad evidenziare come un accordo tra i giocatori puo' essere ipotizzato solo se il risultato di tale accordo comporta un incremento di utilita' per ciascun giocatore rispetto alla soluzione di conflitto. L'ottimalita' secondo Pareto restinge la ricerca della soluzione all'insieme dei punti di S non congiuntamente dominati: un punto $p'(u_1', u_2') \in S$ si dice congiuntamene dominato da $p"(u"_1, u"_2) \in S$ se $u"_1 \leq u_1'$ e $u"_2 \leq u_2'$. L'insieme $P(S)$ detto insieme massimale congiunto o insieme di Pareto e' costituito dai punti di S tali per cui non e' possibile migliorare l'utilita' di un giocatore a meno di peggiorare il risultato conseguito dall'altro e assume quindi il valore di frontiera del set S. La soluzione del gioco deve essere percio' un punto di $P(S)$. L'assioma di simmetria evidenzia come le uniche differenze e peculiarita' dei giocatori sono quelle contenute nella struttura matematica del gioco: di fronte ad un bargaining set simmetrico, che corrisponde ad una perfetta simmetria tra i giocatori sia in termini di alternative disponibili che in termini di funzioni di utilita', la soluzione deve essere tale da attribuire uguali incrementi di utilita', dove le utilita' sono misurate nelle unita' che rendono il gioco simmetrico. E' da evidenziare come gli incrementi di utilita' sono uguali in senso numerico e cioe' nell'unita' di misura che rende il gioco simmetrico: tale assioma non comporta

un confronto tra il livello di soddisfazione raggiunto da ciascun giocatore e quindi esclude qualunque giudizio di "equita' in senso etico". L'assioma 5 tende inoltre ad eliminare dall'analisi concetti assai vaghi di "abilita' di contrattazione" o "diversa forza contrattuale" che non siano gia' inclusi nella determinazione delle funzioni di utilita'. L'assioma 4 deriva dalla stessa nozione di utilita' utilizzata e richiede semplicemente di sottolineare come la possibilita', ma anche la stessa necessita', di operare un confronto tra il livello di utilita' conseguito dai due giocatori in corrispondenza di ciascun punto di S sia esclusa. Dunque finche' non si intende operare tale confronto l'ipotesi di indipendenza dalle trasformazioni affini non comporta alcuna restrizione e permette di determinare in maniera autonoma l'unita' di utilita' di ciascun giocatore. L'assioma di indipendenza dalle alternative irrilevanti e' quello che ha maggiormente sollevato dubbi e critiche, tanto da venire eliminato nell'analisi del problema di Kalai-Smorodinsky: se la soluzione su un set S appartiene ad un insieme T, e ogni punto di T appartiene a S, allora la soluzione sui due set resta invariata. Tale assioma evidenzia come la selezione di una soluzione dipenda da un unico "riferimento" del gioco e cioe' dallo status quo.

- 2 - LA SOLUZIONE KALAI-SMORODINSKY

Kalai e Smorodinsky introducono, oltre a S e d, un ulteriore elemento che caratterizza un problema bargaining: l'ideal point. Tale punto, $i(u_1^i, u_2^i)$ e' definito come

$$u_1^i = max\{u_1 \mid (u_1, u_2) \in S\}$$

$$u_2^i = max\{u_2 \mid (u_1, u_2) \in S\}$$

Introdurre nell'analisi tale determinante comporta la necessita' di impostare la ricerca della soluzione sul rapporto tra i diversi massimi livelli di utilita' che ciascun giocatore aspira a conseguire data la struttura del bargaining set. Se l'ideal point appartiene all'insieme S, ed e' quindi ammissibile, sara' soluzione del gioco: le aspirazioni dei due giocatori sono perfettamente compatibili e non e' necessario alcun processo di contrattazione.

Definiti i nuovi riferimenti del gioco, che ora risulta individuato dalla terna (S, d, i), e dati gli assiomi 1-5 di Nash, l'assioma di indipendenza dalle alternative irrilevanti e' sostituito dal seguente:

ASSIOMA 7 (**Monotonicita'**) - Si definisca per $u_1 \leq u_1^i$ la funzione $g_S(u_1)$ dove $(u_1, g_S(u_1)) \in P(S)$. Dati due bargaining (S, d, i) e $(\overline{S}, d, \overline{i})$ con $u_1^i = \overline{u}_1^i$ se $g_S \leq g_{\overline{S}}$, allora $u_2^* \leq \overline{u}_2^*$.

In altre parole, se per ogni livello di utilita' che il primo giocatore puo' chiedere l'utilita' massima ammissibile che il secondo puo' simultaneamente ottenere e' incrementata, allora l'utilita' assegnata al secondo giocatore dalla soluzione deve essere incrementata.

Dati gli assiomi 1-5 e 7 esiste ed e' unica la funzione $\psi(S, d, i)$ che soddisfa tali assiomi. Tale funzione associa a ogni terna (S, d, i) l'elemento di intersezione tra $P(S)$ e la retta passante per lo status quo, d, e l'ideal point, i.

La peculiarita' della soluzione proposta consiste essenzialmente nell'ipotesi che il rapporto di proporzionalita' tra i valori corrispondenti alle aspettative di massima soddisfazione debba essere mantenuto nella soluzione.

- 3 - L'IPOTESI DI COMPARABILITA' DELLE UTILITA'

Una ulteriore differenza che si rivela nell'analisi di Kalai Smorodinsky e' l'ipotesi di comparabilita' delle utilita'. Se nello schema di Nash non si impone alcuna restrizione in relazione alla scelta autonoma dell'unita' di misura, e se non e' implicata alcuna valutazione comparata dei risultati conseguiti, non di meno tale valutazione perde rilevanza. Se il bargaining deve essere inteso come processo che porta alla determinazione congiunta della soluzione, senza alcun intervento di arbitraggio esterno e implicazioni di "giustizia", e' pero' interessante evidenziare la possibilita' di valutare le rispettive utilita' conseguite.

Un modo per renderle comparabili consiste nel normalizzare le utilita' attraverso un'unica trasformazione affine che attribuisce valore 1 al livello massimo e 0 al livello minimo ammissibile, in modo tale che:

$$d = (0,0) \qquad i = (1,1)$$

Tale operazione permette, non solo di portare lo status quo del gioco nell'origine, ipotesi per altro ammessa da Nash, ma di analizzare ogni gioco sia valutando il livello comparato di utilita' raggiunto ma anche, in determinate ipotesi, di valutare le soluzioni raggiunte su giochi diversi.

Poiche' la normalizzazione delle utilita' e' compatibile con gli assiomi proposti da Kalai-Smorodinsky, la loro soluzione di un problema bargaining giunge ad attribuire a ciascun giocatore lo stesso incremento di utilita' rispetto alla soluzione di conflitto. Tale ipotesi di comparabilita' puo' essere introdotta anche nello soluzione Nash. L'assioma di indipendenza dalle alternative irrilevanti potrebbe sembrare non compatibile nel caso in cui l'insieme di cooperazione risulti modificato dall'ammissibilita' di alternative che spostano lo status quo del gioco. Tra queste ultime, quelle che diminuiscono il livello di utilita' associato da almeno un giocatore all' alternativa di conflitto sono "irrilevanti" in quanto non saranno scelte come soluzione del gioco. Rendere ammissibili tali strategie comporta la modificazione del valore associato ad ogni evento ammissibile, e quindi, di conseguenza, dell'insieme dei payoff e della soluzione del gioco. Sembra pero' che una variazione di S che comporti un punto di conflitto piu' penalizzante per almeno un giocatore, debba determinare una diversa aspirazione di quest'ultimo nella ricerca di un accordo. Se varia la sua posizione di fronte all'ipotesi di conflitto, deve variare la soluzione del gioco, in quanto varieranno le rispettive concessioni dei due giocatori. L'unica ipotesi in cui, introducendo alternative penalizzanti nel gioco normalizzato, la soluzione non varia e' il caso in cui tali alternative sono egualmente penalizzanti per entrambi: in tal modo l'avversione al conflitto e la volonta' di cooperare per l'accordo restano immutati [1]

Accettata l'ipotesi di normalizzazione delle utilita' la soluzione Kalai Smorodinsky determina una soluzione bargaining $p^*(u_1^*, u_2^*)$ con $u_1^* = u_2^*$ indipendentemente dalla forma del bargaining set S: il problema e' quindi valutare

[1] Per una diversa soluzione si veda [8] pp.147

se l'introduzione, per altro ragionevole, dell'assioma di monotonicita' porti alla determinazione di una soluzione che possa ancora essere definita come soluzione di un problema bargaining, o se non sia piuttosto da riferirsi ad un modello "etico" di arbitraggio esterno.
In conclusione, l'analisi di Kalai Smorodinsky considera la forma del bargaining set, e quindi delle funzioni di utilita', solo per determinare l'intersezione tra la retta a 45^o passante per l'origine e la frontiera efficiente: questo conduce ad una ricerca che prescinde dall'analisi delle differenze esistenti tra i giocatori.

- 4 - LA TEORIA DI ZEUTHEN E L'EQUIVALENZA DELLE TEORIE DI NASH E ZEUTHEN

Per analizzare questo punto sembra opportuno introdurre la teoria di Zeuthen: tale teoria analizza la soluzione bargaining non da un punto di vista assiomatico ma analizzando in concreto l'evolversi della contrattazione. Raggiungere un accordo significa, partendo da aspirazioni antitetiche, riconporre il conflitto riducendo, in un processo di concessioni reciproche, le proprie richieste. La soluzione si ricava dalla diversa entita' delle reciproche concessioni, dove tale entita' dipende dalla "personalita' " di ciascun giocatore. Diversa personalita' e' intesa come diversa determinazione nel mantenere costanti le proprie richieste e quindi nella differente avversione al conflitto.
Nel momento in cui ha inizio il processo di contrattazione ciascun giocatore ha determinate aspirazioni e quindi richieste che corrispondono al massimo livello di utilita' ottenibile dato C: il primo giocatore aspira ad ottenere c_1 e il secondo c_2. Le due posizioni sono, in generale, antitetiche. Il primo giocatore valuta l'offerta del secondo tenendo conto della risolutezza della richiesta di questi e della probabilita' che il mantenere inalterata la propria richiesta possa determinare il conflitto. Dati i livelli di utilita' associati da ciascun giocatore a ciascuna richiesta, $U_1(c_1)$, $U_1(c_2)$, $U_2(c_1)$, $U_2(c_2)$, con $U_1(c_1) > U_1(c_2)$ e $U_2(c_2) > U_2(c_1)$, il primo giocatore associa la probabilita'

p_2 all'ipotesi che il secondo rifiuti la propria offerta. Se il primo giocatore accetta c_2 ottiene con certezza $U_1(c_2)$, se resta fermo sulle proprie richieste ottiene $U_1(c_1)$ con probabilita' $(1-p_2)$ ma rischia di determinare il conflitto, cui si puo' far corrispondere il livello nullo di utilita', con probabilita' p_2. Poiche' ciascun giocatore aspira a massimizzare la propria utilita' il primo accettera' c_2 solo se:

(1) $\quad \Delta u_1/u_1 \;=\; \big(U_1(c_1) - U_1(c_2)\big)/U_1(c_1) \;<\; p_2$

e analogamente il secondo accettera' c_1 se:

(2) $\quad \Delta u_2/u_2 \;=\; \big(U_2(c_2) - U_2(c_1)\big)/U_2(c_2) \;<\; p_1$

dove $\Delta u_i/u_i$ puo' essere interpretato come il massimo rischio, inteso come probabilita' di conflitto, che ciascun giocatore e' disposto ad assumersi per assicursi il massimo livello di utilita' $U_i(c_i)$. La contrattazione e' quindi un processo di concessioni reciproche dove il primo giocatore fara' una concessione al secondo se

(3) $\quad \Delta u_2/u_2 < \Delta u_1/u_1$

e dove ciascuna concessione rappresenta una diminuzione delle proprie richieste e non la semplice accettazione della proposta dell'avversario. La condizione che determina il susseguirsi delle reciproche concessioni puo' ancora essere riformulata come

$$U_1(c_1) \cdot U_2(c_1) < U_1(c_2) \cdot U_2(c_2).$$

Il giocatore alla cui offerta risulta associato il prodotto delle utilita' minore rispetto a quella dell'avversario dovra' fare una concessione di entita' tale da invertire il verso della disequazione (3). Il processo di concessioni rappresenta una sequenza di incrementi del valore del prodotto delle utilita': tale processo si arresta quando tale prodotto risulta massimizzato e cioe'nel punto p*:

$$p^*(u_1^*, u_2^*) \quad : \quad u_1^* \cdot u_2^* = max \;\; u_1 \cdot u_2 \qquad p^* \in P(S)$$

L'equivalenza tra la soluzione Nash e la soluzione Zeuthen [2] permette di evidenziare come tali soluzioni tengano conto, nella determinazione dei rispettivi

[2] Si veda Harsanyi [2]

incrementi di utilita', della "natura" dei due giocatori. L'unico elemento di valutazione implicitamente incluso nella soluzione Nash di elementi di incertezza e rischio, e quindi elementi di natura probabilistica, e' da ricercarsi nella diversa determinazione delle richieste e nella diversa valutazione che ciascuno compie sulla diversa avversione al conflitto dell'altro. Tale valutazione e' del tutto assente nella soluzione Kalai Smorodinsky.
Considerare le diversita' tra giocatori permette di analizzare lo stesso esempio di un problema bargaining presentato da Kalai Smorodinsky in un'ottica che consenta di individuare le cause che possono determinare situazioni considerate dall'assioma di monotonicita'.

- 5 - IL CONFRONTO TRA LE SOLUZIONI NASH E KALAI-SMORODINSKY SU SET DIVERSI

Kalai Smorodinsky analizzano due coppie bargaining in cui le utilita' dei giocatori sono state normalizzate, $(S, 0, 1)$ e $(\overline{S}, 0, 1)$ con

$$S = \{(0,1)(3/4,3/4)(1,0)(0,0)\} \qquad \overline{S} = \{(0,1)(1,7/10)(1,0)(0,0)\}$$

Tale esempio corrisponde al caso in cui l'assioma di monotonicita' porta a escludere come non accettabile la soluzione Nash: sul set allargato $\overline{S}$ il secondo giocatore puo', per ogni livello di utilita' conseguito dal primo, aumentare la propria utilita' rispetto al set S_1 e la soluzione Nash determina $u^*_{2N}(\overline{S}) = 7/10 < u^*_{2N}(S) = 3/4$.
Se tale soluzione sembra irragionevole e sembra quindi accettabile l'assioma di monotonicita' resta da analizzare quali cause possono portare a tale situazione e che cosa significa confrontare due diverse situazioni bargaining. Tale analisi e' comunque dettata dalla convinzione che occorra tener conto nella determinazione della soluzione della personalita' dei due giocatori e della loro posizione di fronte al rischio. A tale scopo le funzioni di utilita' dei giocatori sono ipotizzate strettamente concave. Tale modifica consente di considerare i giocatori come non neutrali al rischio. Date due alternative certe e le rispettive utilita' ad esse associate, l'utilita' dell'evento incerto, inteso come

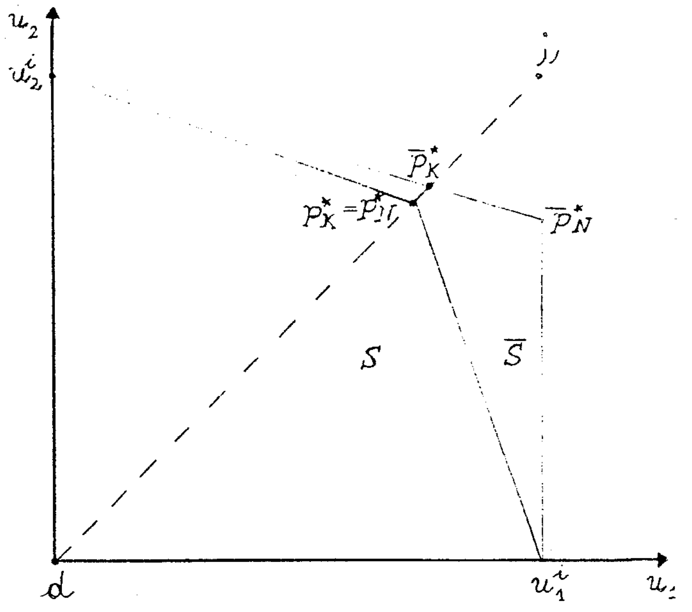

figura 2

lotteria tra queste, e' strettamente minore della somma delle utilita' degli eventi incerti ponderati per le rispettive probabilita':

$$U(\alpha c_1 + (1-\alpha)c_2 < \alpha U(c_1) + (1-\alpha)U(c_2)$$

Ipotizzando giocatori avversi al rischio, e quindi con funzioni di utilita' $U_i(c)$ strettamente concave, la diversa avversione al rischio determina una maggiore concavita' delle stesse. Data la funzione di utilita' $U(c)$ la funzione di un giocatore maggiormente avverso al rischio sara'

$$\tilde{U}_i = K\big(U_1(c)$$

per tutte le alternative certe $c \in C$ con K funzione concava. Ogni punto (u_1, u_2) sulla frontiera efficiente del bargaining set S rappresenta il livello di utilita' che ciascun giocatore associa ad alternative certe $c \in C$.

Date tali premesse lo schema proposto da Kalai Smorodinsky e in generale qualunque ipotesi di confronto tra due diversi problemi bargaining sara' analizzato in due diverse ottiche. Una prima ipotesi che puo' giustificare un reale confronto puo' individuarsi nella successione di reali bargaining e quindi successioni di accordi su set diversi. Una seconda ottica di valutazione consiste nel comparare le soluzioni raggiunte da coppie di giocatori diversi, con funzioni di utilita' che differiscono in termini di avversione al rischio, su uno stesso insieme C di alternative ammissibili.

- 5a - REALE SUCCESSIONE DI PROBLEMI BARGAINING

Una prima analisi del problema proposto da Kalai Smorodinsky sara' condotta ipotizzando che i due diversi set S e $\overline{S}$ rappresentino due successivi bargaining in cui la successione e' dovuta a modificazioni dello spazio delle alternative C o a variazioni di S.

Analizziamo l'esempio proposto a partire dal primo bargaining sul set S: le soluzioni Nash

$$p_N^*(u_{1N}^*, u_{2N}^*)$$

e Kalai Smorodinsky

$$p_K^*(u_{1K}^*, u_{2K}^*)$$

coincidono essendo il set simmetrico.

Il set S e' costruito normalizzando le utilita' dei due giocatori: lo status quo del gioco coincide con l'origine e e l'ideal point con il punto $(1, 1)$ dello spazio $\{(u_1, u_2)\}$. Se la soluzione sul set S non e' posta a confronto con la soluzione su un differente set, cioe' fino a che non si ipotizza alcuna variazione del problema, gli assiomi di indipendenza dalle alternative irrilevanti e l'assioma di monotonicita' non hanno rilevanza.

Ipotizziamo che il confronto tra due bargaining set derivi da una reale successioni di problemi bargaining: raggiunto un accordo su S si verifica una variazione dello spazio C delle alternative ammissibili o una variazione delle funzioni di utilita' dei giocatori o una simultanea variazione delle due componenti. Le variazioni intervenute nel problema determinano un allargamento del set S:

$$S \subset \overline{S}$$

dove $\overline{S}$ e' il nuovo bargaining set.

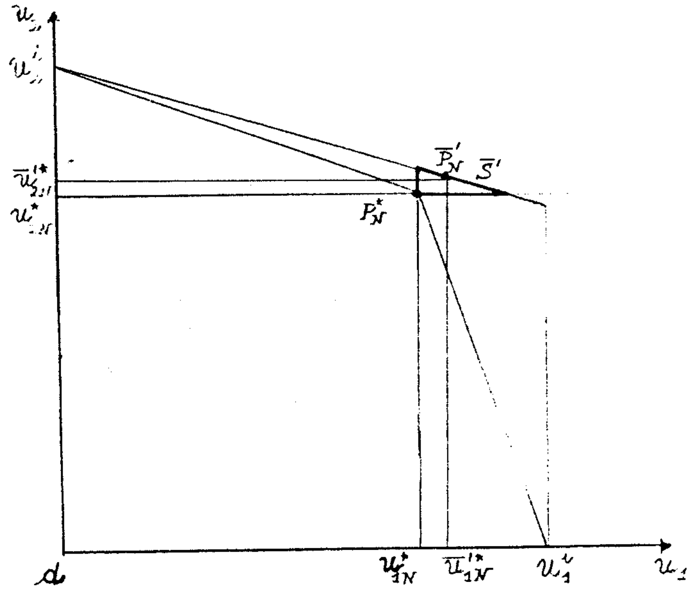

figura 3

Raggiunto l'accordo il bargaining point relativo alla coppia $(S, 0)$ e' un punto appartenente al set $\overline{S}$ e, poiche' e' interno al set $\overline{S}$, sara' un punto congiuntamente dominato dai punti appartenenti alla frontiera $P(\overline{S})$. Se l'accordo su S ha portato il gioco su $p_N^* = p_K^*$ ora la contrattazione si concentra sulle nuove opportunita' di cooperazioni rese ammissibili dall'ampliamento di S. Se non viene raggiunto un nuovo accordo il gioco resta fermo su $p^*(u_1^*, u_2^*)$: tale punto rappresenta quindi lo stutus quo o soluzione non cooperativa su $\overline{S}$. Lo spazio delle alternative che soddisfano l'assioma di razionalita' individuale sara' lo spazio convesso $\overline{S}'$ delimitato dalle rette di equazione $u_1 = u_1^*$ $u_2 = u_2^*$ e dalla porzione della frontiera $P(\overline{S})$ tra esse compresa, $P(\overline{S}')$. Sotto tali ipotesi la soluzione Nash sul secondo set sara' un punto

$$\overline{p}_N'^*(\overline{u}_{1N}'^*, \overline{u}_{2N}'^*) \in P(\overline{S}') \quad \text{con} \quad \overline{u}_{1N}'^* \cdot \overline{u}_{2N}'^* = max\ u_1 \cdot u_2 \in \overline{S}'$$

La soluzione Nash sulla coppia $(\overline{S}', p_N^*)$ e' tale da incrementare il livello di utilita' di ciascun giocatore rispetto alla soluzione sul set ristretto: tale soluzione non solo soddisfa l'assioma di monotonicita' ma, essendo equivalente alla soluzione Zeuthen, permette di tener conto della personalita' dei due

giocatori nella determinazione della soluzione cooperativa.
Se questa e' l'ottica secondo cui si analizza il confronto tra due bargaining set l'assioma di monotonicita' non comporta una variazione della funzione $\varphi(S,d)$ e quindi non determina una diversa soluzione di un problema bargaining.
Una verifica quantitativa del problema posto da Kalai Smorodinsky porta a determinare i livelli di utilita' corrispondenti a ciascuna soluzione su S, $\overline{S}$, $\overline{S}'$.
Dati

$$S = \{(1,0),(0.75,0.75),(0,1),(0,0)\} \quad \overline{S} = \{(1,0),(1,0.7),(0,1),(0,0)\}$$
$$\overline{S}' = \{(0.775,0.75),(0.83,0.75),(0.75,0.75)\}$$

$$\varphi(S,0) = p^*_N(u^*_{1N}, u^*_{2N}) = (0.75, 0.75) \quad \text{con}$$

$$u^*_{1N} \cdot u^*_{2N} = 0.5625 = max\, u_1 \cdot u_2 \quad \in S$$

$$\psi(S,0,1) = p^*_K(u^*_{1K}, u^*_{2K}) = (0.75, 0.75) \text{ con}$$

$$u^*_{1K} = u^*_{2K}$$

$$\varphi(\overline{S},0) = \overline{p}^*_N(\overline{u}^*_{1N}, \overline{u}^*_{2N}) = (1, 0.70) \text{ con}$$

$$\overline{u}^*_{1N} \cdot \overline{u}^*_{2N} = 0.70 = max\, u_1 \cdot u_2 \quad \in \overline{S}$$

$$\psi(\overline{S},0,1) = \overline{p}^*_K(\overline{u}^*_{1K}, \overline{u}^*_{2K}) = (0.769, 0.769) \text{ con}$$

$$\overline{u}^*_{1K} = \overline{u}^*_{2K} \quad > u^*_{1K} = u^*_{2K}$$

$$\varphi(\overline{S}', p^*_N) = \overline{p}'^*_N(\overline{u}'^*_{1N}, \overline{u}'^*_{2N}) = (0.7916, 7612) \text{ con}$$

$$\overline{u}'^*_{1N} \cdot \overline{u}'^*_{2N} = max\, u_1 \cdot u_2 \quad \in \overline{S}'$$

$$\psi(\overline{S}', p^*_K, 1) = \overline{p}'^*_K = \overline{p}^*_K$$

La soluzione Nash sul bargaining set soddisfa l'assioma di monotonicita':

$$\overline{\mathrm{u}}'^*_{1\mathrm{N}} > \mathrm{u}^*_{1\mathrm{N}} \qquad \overline{\mathrm{u}}'^*_{2\mathrm{N}} > \mathrm{u}^*_{2\mathrm{N}}$$

e in quanto soluzione Nash su $\overline{S}'$ e' equivalente alla soluzione Zeuthen sullo stesso set.

Un'ottica di analisi per certi aspetti simile a quella qui seguita si ritrova nell'analisi di Kalai [4]. Si ipotizza che una successione di bargaining set tali che $S_n \subset S_{n+1}$ individui un prolema di "step by step negotiation" e che la soluzione bargaining su S_n rappresenti lo status quo sul set S_{n+1}. La differente ipotesi introdotta a giustificare la successione e' che, pur essendo ammissibile fin dal primo bargaining il set massimo, i giocatori decidano di raggiungere un accordo come successione di accordi su alternative via via piu' ampie. Nel primo bargaining entrambi riducono le proprie richieste in modo da rendere piu' facile l'accordo. Tale ipotesi sembra poco realistica: quanto sembra piu' rispondente ad una reale contrattazione e' che le richieste formulate nella prima contrattazione corrispondano alle massime aspirazioni ammissibili. Una reale diminuzione delle richieste e', in realta', il risultato di un necessario processo di concessioni reciproche che interviene una volta verificata da parte dei giocatori l'impossibilita' di raggiungere le posizioni desiderate.

Kalai inoltre impone che la soluzione sul set massimo debba essere uguale alla soluzione raggiunta come successione di contrattazioni sui set contenuti in esso, successive contrattazioni in cui lo status quo su S_n e' il bargaining point su S_{n-1}. Tale assunzione e' accettabile quando la successione dei bargaining set e' tale da ampliare in maniera proporzionale i successivi set: se si ipotizza, anche se in modo poco realistico, che i giocatori decidano, per rendere piu' agevole il raggiungimento di un accordo di contrattare su basi piu' ristrette per raggiungere in successione l'accordo sul set ammissibile S_n, e' comunque ipotizzabile che le rispettive posizioni, ovvero avversione al rischio dei due giocatori, resti costante. Se tale ipotesi e' vera allora la soluzione Nash "step by step" porta ad individuare la stessa soluzione Nash su S_n. Nelle altre ipotesi questo non si verifica ma in tale ipotesi cio' che sembra poco ragionevole e' l'ottica di analisi.

Un secondo diverso approccio di analisi di una successione di set bargaining e' il confronto tra due diversi problemi caratterizzati dalla contrattazione tra giocatori diversi.

Ipotizziamo che il giocatore 1 si trovi a contrattare con due diversi giocatori: 2 e 3. La differenza tra i giocatori 2 e 3 e' una diversa avversione al rischio. Date funzioni di utilita' strettamente concave la frontiera di Pareto e' costitutita da punti nella forma $(u_1, u_2) = \big((U_1(c_i), U_2(c_i)\big)$ con $c \in C$. Siano u_1^M e u_1^m i rispettivi valori massimi e minimi di u_1 sull'insieme $P(S)$. Per $u_1 \in [u_1^m, u_1^M]$ esiste una funzione ϕ, monotona decrescente concava, tale che $(u_1, u_2) \in P(S)$ se e solo se $u_2 = \phi(u_1)$:

$$(u_1, \phi(u_1) \in P(S)$$

Se $U_2(c)$ e'la funzione di utilita' del secondo giocatore e il terzo e' piu' avverso al rischio del secondo, la sua funzione di utilita' puo' essere espressa come funzione concava della funzione di utilita' del secondo:

$$U_3(c) = K\big(U_2(c)\big) = \tilde{U}(c)$$

Consideriamo il problema bargaining $(\tilde{S}, d)$ tra i giocatori 1 e 3: ogni alternativa c ottimale su (S, d) e' ancora Pareto ottimale su $(\tilde{S}, d)$. Ogni punto sulla frontiera $P(\tilde{S})$ e'del tipo:

$$(u_1, u_2) = (u_1, \tilde{\phi}(u_1) \quad \text{con } \tilde{\phi}(u_1) = K(\phi(u_1)$$

Una soluzione bargaining e' detta "risk sensitivity" [3] se il risultato conseguito da un giocatore non decresce quando il suo avversario diviene piu' avverso al rischio. Definiamo la soluzione bargaining (u_1^*, u_2^*) del problema (S, d) come $\big(f_1(S), f_2(S)\big)$

ASSIOMA 8 (**Risk sensitivity**) Per ogni problema bargaining $(P(S), d)$ e per ogni funzione concava $K : R \to R$ con $K(0) = 0$

$$f_1(P(\tilde{S}) \geq f_1(P(S)$$

[3] Si veda [7] per l'introduzione dell'avversione al rischio nella soluzione bargaining e [14] per l'assioma 8

Questo diverso assioma di "monotonicita' ", che permette di individuare il risultato che un giocatore raggiunge quando contratta con giocatori diversi, e' compatibile con gli assiomi e la soluzione Nash [4]. Una "monotonicita' " in tal senso e'quindi implicita nella soluzione Nash, e a maggior ragione nella soluzione Kalai Smorodinsky: analizziamo l'introduzione di tale assioma nella teoria Zeuthen.
L'equivalenza matematica mostrata da Harsanyi tra la teoria Nash e Zeuthen ipotizza funzioni di utilita' dei giocatori lineari: le disequazioni (1) e (2) si ricavano nell'ipotesi che

$$U_i[(1-p_j)c_i + p_j\overline{c}] = (1-p_j)U_i(c_i) + p_jU_i(\overline{c})$$

e assegnando il livello nullo di utilita' all'alternativa di conflitto

$$U_i[(1-p_j)c_i + p_j\overline{c}] = (1-p_j)U_i(c_i).$$

Se entrambi i giocatori sono neutrali rispetto al rischio, il primo accetta l'offerta del secondo se:

$$U_1(c_2) > (1-p_2)U_1(c_1)$$

Ipotizziamo che il primo giocatore venga sostituito da un giocatore, 3, avverso al rischio e quindi con una funzione di utilita' strettamente concava. Il giocatore 3 accetta la proposta del secondo se

$$U_3(c_2) > U_3[(1-p_2)(c_1) + p_2(\overline{c})]$$

Per l'ipotesi di concavita':

$$U_3[(1-p_2)(c_1) + p_2(\overline{c})] < (1-p_2)U_3(c_1) + p_2U_3(\overline{c})$$

e ancora, portando lo status quo nell'origine,

$$U_3[(1-p_2)(c_1) + p_2(\overline{c})] < (1-p_2)U_3(c_1)$$

4 Si veda [7] per la dimostrazione

Un giocatore avverso al rischio, a parita' di probabilita' associata all'ipotesi che l'avversario rifiuti la propria proposta e a parita' di valutazione della richiesta di quest'ultimo, valutera' piu' conveniente l'alternativa certa, cioe' accettazione della proposta, rispetto all'ipotesi incerta della lotteria tra la propria richiesta e il conflitto. In altre parole un giocatore avverso al rischio sara' meno determinato nel mantenere inalterate le proprie richieste e quindi maggiormente disposto a fare concessioni all'avversario. Il primo giocatore raggiunge un risultato piu' favorevole contrattando con il terzo giocatore in quanto questi e' piu' avverso al rischio del secondo.
Anche analizzando in concreto l'evolversi di una contrattazione tra due giocatori su un determinato spazio C di alternative si verifica l'esistenza di una equivalenza, non solo formale, tra le teorie Nash-Zeuthen.

CONCLUSIONI

I modelli assiomatici di giochi bargaining hanno dato una rilevanza solo marginale al problema della scelta in condizioni di incertezza.
Quanto si e' voluto evidenziare in questo lavoro e' che, individuando nelle peculiarita' dei giocatori l'elemento determinante per la ricerca del bargaining point, la soluzione Nash risulta "ottima". Se la diversa soluzione proposta da Kalai-Smorodinsky e' il risultato dell'introduzione dell'assioma di monotonicita' tale assioma risulta verificato dalla soluzione Nash quando varia l'ottica di analisi.
Il diverso approccio di confronto tra problemi bargaining individuato nel corso della trattazione, e cioe' la possibilita' di interpretare un confronto tra coppie bargaining come reale successione di accordi raggiunti su set differenti, evidenzia la "monotonicita' " della soluzione Nash. La soluzione inoltre, essendo equivalente alla soluzione Zeuthen, permette di evidenziare come il bargaining point, e quindi il risultato dell'accordo, dipenda dalla "personalita' ", dall'avversione al rischio e e dalla "determinazione" di ciascun giocatore.
Volendo operare un confronto tra giochi diversi, ferma restando la centralita'

nell'analisi delle "personalita' " dei giocatori, la soluzione Nash soddisfa una monotonicita' intesa come sensibilita' al rischio: la contrattazione ha un esito piu' favorevole per un giocatore quando l'avversario diviene piu' avverso al rischio.

Una direzione per un ulteriore sviluppo della presente trattazione puo' essere individuata nella comparazione delle soluzioni su giochi diversi in cui le differenze sono rilevabili nello spazio C delle alternative ammissibili.

BIBLIOGRAFIA

[1] K.J. Arrow, "Essays in the Theory of risk Bearing," *Yrgo Johnson Foundation*, Helsinki, (1965).

[2] J.C. Harsanyi, "Approches to the bargaining prolem before and after the theory of games: A critical discussion of Zeuthen's, Hicks' and Nash theories", *Econometrica* **24** (1956), 144–157.

[3] J.C. Harsanyi, "Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations", *Cambridge University Press*, Cambridge, 1977.

[4] E. Kalai, "Proportional solutions to bargaining situations: Interpersonal utility comparisons, *Econometrica* **45**, (1977), 1623–1630.

[5] E. Kalai, M. Smorodinsky, "Other solutions to Nash's bargaining problem," *Econometrica* **43** (1975), 513–518.

[6] R.E. Kilstrom, L.J. Mirman, "Risk aversion wwith many commodities", *Journal of Economic Theory* **8**, (1974), 513–518.

[7] R.E. Kihlstrom, A.E. Roth, D. Schmeidler, "Risk aversion and solutions to Nash's bargaining problem, in "Game Theory and Mathematical Economics", O.Moeschlin and D.Pallaschke Eds., pp.65-71, *North Holland*, Amsterdam, (1981).

[8] R. D.Luce, H. Raiffa, "Games and Decision," *John Wiley & Sons* (1957), 1–509.

[9] R. Myerson, "Two person bargaining problem and comparable utility, *Econometrica* **45**, (1977), 1631–1637.

[10] J. Nash, "The bargaining problem," *Econometrica* **18** (1950), 155–162.

[11] J. Nash, "Two-person cooperative games," *Econometrica* **21** (1953) 128–140.

[12] J.W. Pratt, "Risk aversion in the small and the large, *Econometrica* **32**, (1964), 122–136.

[13] A. Roth, "Independence of irrelevant alternatives and solution to Nash's bargaining problem," *Journal of Economic Theory* **18** (1977), 247–251.

[14] E. Van Damme, "Tahe Nash Bargaining Solution is Optimal", *Journal of Economic Theory* **38** (1986), 78–100.

[15] J. Von Neumann, O. Morgenstern, "Theory of Games and Economic behaviour", *Priceton University Press*, Princeton, (1947).

[16] F. Zeuthen, "Problems of Monopoly and Economic Welfare", *Routledge*, London, (1930).

Materiali di discussione

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Joan Violet Robinson (1903-1983)", pp.134.
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp.26.
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp.158.
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario e occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp.52.
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp.25.
6. Marco Lippi [1986] "Aggregation and Dynamics in One-Equation Econometric Models", pp.64.
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp.41.
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp.165.
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp.56.
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp.54.
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp.31.
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp.40.
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Commodity", pp.30.
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp.66.
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul capitolo 17 della General Theory", pp.42.
16. Marina Murat [1986] "Between old and new classical macroecomics: notes on Leijonhufvud's notion of full information equilibrium", pp.20.
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp.48.
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp.13.
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17.
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L' immagine neopopulista di *mercato debole* nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34.
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari del regime misto per i dividendi proposto dalla Commissione Sarcinelli: una nota critica", pp 9.
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38.
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa' ", pp. 12.
24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits: Some Thoughts on Marx,

Kalecki and Sraffa", pp. 41.

25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40.

26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36.

27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18.

28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62.

29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A disciple of Keynes", pp. 118.

30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34.

31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25.

32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45.

33. Margherita Russo [1988] "Distretto industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157.

34. Margherita Russo [1988] "The effects of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28.

35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimation of multivariate transfer functions", pp. 33.

36. Nerio Naldi [1988] "Keynes' concept of capital" pp. 40.

37. Andrea Ginzburg [1988] "Locomotiva Italia?" pp. 30.

38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali" pp. 40.

39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani dalla 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria" pp. 40.

40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta" pp. 120.

41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale" pp. 44.

42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualitá della borsa valori" pp. 12.

43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1818): the moral and political content of social unrest" pp. 41.

44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining" pp. 56.

45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia" pp. 84.

46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous Cancellations': a Note on a Paper by Nelson and Plosser" pp. 4.

47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione" pp. 26.

48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconometrici"

pp. 21.

49. Marco Lippi [1989] "A Short Note on Cointegration and Aggregation" pp. 11.

50. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an Internal One" pp. 40

51. Gabriele Pastrello [1989] "François Quesnay: dal Tableau Zig-Zag al Tableau formule: una ricostruzione" pp. 48

52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato" pp. 34

53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di Storia Sociale Contemporanea" pp. 26

54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model" pp. 23

55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria delle Università" pp. 11

56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano" pp. 164

57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA" pp. 24

58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilian Labour Force Data" pp. 18

59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica nazionale e commercio internazionale" pp. 22

60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti" pp. 13

61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future perspectives" pp. 32

62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso della Magneti Marelli" pp. 23

63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento" pp. 30

64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna" pp. 37

65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models" pp. 19

66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma" pp. 28

67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata" pp. 20

68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione" pp. 65

69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "Fondi e Flussi" applicato ad una filiera agro-industriale" pp. 38

70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica" pp. 115

71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi" pp. 119

72. Paolo Silvestri [1990] "Legge Finanziaria. Voce dell'Enciclopedia Europea Garzanti" pp. 8

73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani" pp. 57

74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle grandezze distributive: la scala

mobile e l'"appiattimento" delle retribuzioni in una ricerca" pp. 120

75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. I" pp. 150

76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II" pp. 145

77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining" pp. 15

78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio" pp. 4

79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione" pp. 6