

489968  
9K

\\ 125 \\

**Radici unitarie e persistenza:  
l'analisi unitaria delle fluttuazioni economiche**

di

Barbara Pistoresi

Dicembre 1995



Copia n. 489969

CLL.088.125

1 \* Radici unitarie e persistenza:

Università di Modena  
Dipartimento di Economia Politica  
Viale Berengario, 51  
41100 Modena (Italia)  
e-mail: [pistoresi@merlino.unimo.it](mailto:pistoresi@merlino.unimo.it)

**Barbara Pistoresi\***

*Dipartimento di Economia Politica, Universita' di Modena*

**Abstract:** This paper reviews univariate measures of persistence largely utilised in the literature to analyse long run response of macroeconomic time series to a shock. The paper presents parametric and non-parametric approaches to estimate persistence stressing the weakness of these methods to discriminate between trend-stationary and difference stationary process and to establish a convincing evidence about the dimension of unit root in the series. Applications to U.S real disposable income and Italian GNP are presented to support this point of view.

## 1. Introduzione

La letteratura empirica che ha seguito la pubblicazione dei lavori di Beveridge e Nelson (1981) e Nelson e Plosser (1982) concordava, in modo pressoché unanime, sull' interpretazione secondo cui le serie storiche aggregate fossero meglio rappresentate da un processo stazionario nelle differenze prime (DS) piuttosto che stazionario intorno a un trend deterministico (TS). Inoltre, una parte di questa letteratura riteneva possibile discriminare tra queste due rappresentazioni attraverso l' analisi della persistenza, ovvero studiando la dimensione della risposta di lungo periodo ad uno shock unitario alla serie.

Se da un lato l' analisi della persistenza veniva utilizzata per le implicazioni che la scelta tra rappresentazione DS e TS comportava in termini di corretta stima ed inferenza econometrica, dall' altro essa rappresentava, per alcuni autori, un agevole strumento con cui trovare una risposta nei dati alle alternative teoriche costituite dai modelli di ispirazione keynesiana o del ciclo economico reale (RBC). Una *dimensione* della risposta di lungo periodo ad uno shock unitario alla serie uguale o maggiore dell' unita' è stata interpretata come evidenza a sfavore di rilevanti componenti cicliche nella variabile e come un risultato a favore di modelli macroeconomici per i quali le fluttuazioni sono generalmente dovute al trend stocastico e legate ai punti di mutamento del sentiero di crescita (modelli Real Business Cycle).

---

\* Desidero ringraziare Marcello D' Amato, Mario Forni, Marco Lippi e Antonio Ribba per i numerosi suggerimenti espressi su versioni precedenti del lavoro.

Inoltre, per molti autori, una persistenza elevata indicherebbe una prevalenza dei disturbi di offerta e una persistenza vicina allo zero una prevalenza dei disturbi di domanda nell' economia. Una lista, molto lontana dall' essere esaustiva, dei lavori ritenuti rappresentativi dell' analisi univariata della persistenza include Campbell e Mankiw (1987a, 1987b, 1989a), Cochrane (1988), Cogley (1990).

Sebbene i limiti sia teorici sia empirici dell' approccio univariato all' analisi della persistenza e delle fluttuazioni economiche, siano stati smascherati più volte nel corso degli anni '80 e '90 in ambiti diversi della ricerca macroeconomica<sup>1</sup> (si veda, ad esempio, Christiano e Eichenbaum 1990), in letteratura vengono riproposte stime univariate della persistenza allo scopo di stabilire il peso delle componenti cicliche nella dinamica delle serie macroeconomiche o semplicemente come fase preliminare di indagine sulle serie. Esempi recenti in questo senso sono i lavori di Gallegati e Ardeni (1994), Gallegati e Gallegati (1994), Cribari- Neto (1994) e Chiarini (1994), che analizzano la persistenza di serie aggregate e disaggregate del prodotto e del valore aggiunto in Italia e in Canada<sup>2</sup>. Interpretando la persistenza secondo canoni tradizionali, ovvero come indicatore del peso delle componenti di trend e di ciclo di una serie o come fanno ancor più esplicitamente Gallegati e Gallegati (1994) del peso degli shocks di domanda (persistenza uguale o prossima allo zero) e di offerta (persistenza prossima all' unita' o superiore) diventa cruciale poter stabilire con ragionevole precisione la *dimensione* della risposta della serie allo shock.

Il presente lavoro intende essere un tentativo di risistemare, in un contesto unitario, le ragioni che inducono a ritenere sterile l' approccio univariato all' analisi della persistenza delle fluttuazioni economiche. Il punto di vista che viene adottato è quello di soffermarsi semplicemente sui limiti empirici propri del metodo univariato. In questa sede, viene affrontando solo marginalmente il problema, assai rilevante, dell' identificazione del trend e del ciclo e della natura degli shocks, ovvero del rapporto tra *analisi statistica* univariata delle fluttuazioni e *analisi strutturale* multivariata delle fluttuazioni<sup>3</sup>. Nel lavoro ci limitiamo a proporre alcuni esempi di stime della persistenza, che riguardano il reddito personale disponibile statunitense espresso in termini reali e il GDP reale italiano, utili per sottolineare i limiti operativi dei metodi di stima della persistenza: il metodo parametrico e quello non parametrico, e avanzare dei dubbi sulla precisione delle stime e sulla loro utilità. In particolare, mostriamo come sia

<sup>1</sup>Gran parte dei limiti dell' approccio univariato sono stati sottolineati in seno all' eterogeneo filone di letteratura macroeconomica che utilizza l' analisi multivariata della persistenza o l' approccio strutturale all' analisi delle fluttuazioni economiche. Generalmente, la persistenza di una variabile che si ottiene da un modello multivariato risulta essere minore di quella che scaturisce dalla stima del modello univariato (Cochrane 1991, 1994, Pesaran et al. 1993) così come il rapporto tra la varianza del ciclo e quella del trend è, sotto certe ipotesi, *teoricamente* vincolato ad essere minore del rapporto delle varianze che scaturisce dall' analisi univariata (Evans e Reichlin 1994) suggerendo che in sede multivariata è possibile rilevare una componente ciclica maggiore. Inoltre, come è ormai ampiamente riconosciuto l' identificazione della natura di domanda e di offerta degli shocks permanenti e transitori e l'eventuale interrelazione tra essi (effetto permanente di shock di domanda e viceversa) è legittima solo in un contesto multivariato. Tra i contributi più significativi dell' analisi delle fluttuazioni in ambito multivariato ricordiamo Blanchard (1989), Blanchard e Quah (1989), Evans (1989), King et al (1991), Cochrane (1994), Lippi e Reichlin (1994), Forni e Reichlin (1995).

<sup>2</sup>Il lavoro di Ardeni e Gallegati (1994) segue, in realtà, linee più generali, rispetto agli altri contributi, presentando un confronto tra analisi della persistenza e analisi di modelli a componenti non osservabili a la Harvey da cui inferire alcune considerazioni sull' evoluzione temporale della dinamica della crescita e delle fluttuazioni in Italia.

<sup>3</sup>Un tentativo in questo senso è in Pistoresi (1995).

difficile stabilire con un ragionevole grado di sicurezza quale sia la dimensione della risposta di una serie ad uno shock unitario e che una delle ragioni per cui sorge un' evidente indeterminatezza dei risultati è legata al metodo di stima e al contesto in cui si opera: univariato o multivariato. Soffermandoci prevalentemente sull' approccio univariato, vedremo che la persistenza stimata in ambito parametrico dipende dalla scelta della parametrizzazione del modello ARMA da cui è derivata: parametrizzazioni alternative possono essere compatibili con una rappresentazione TS o DS della stessa variabile, oppure suggerire che la serie è un puro random walk o alternativamente un processo DS con una dinamica più complessa. Le stime condotte in ambito spettrale, invece, sono generalmente compatibili con persistenza inferiori a quelle ottenute dalla stima parametrica. La stima non parametrica può, inoltre, non essere robusta alla scelta dello stimatore o della window size e, in genere, la sua precisione è assai dubbia a causa della dimensione degli errori standard associati alla stima puntuale. In alcuni casi, è possibile accettare sia un risultato di persistenza unitaria sia quello di persistenza nulla (e, quindi, la persistenza può essere compatibile sia con una rappresentazione DS sia TS della stessa variabile), a parità di stimatore e di window size. Queste possono essere alcune delle ragioni per cui i risultati ottenuti in sede parametrica sono quasi sempre in netto contrasto con quelli ottenuti in ambito non parametrico.

Il lavoro si articola come segue. Nel secondo paragrafo presentiamo il concetto di persistenza e mostriamo come esso possa fornire un' indicazione del peso del trend nella variabile. Nel terzo paragrafo, presentiamo le stime della persistenza seguendo entrambi gli approcci: parametrico e non parametrico. Il quarto paragrafo contiene un confronto tra analisi univariata e multivariata della persistenza per il reddito personale statunitense. Il quinto paragrafo conclude. L' appendice contiene alcune considerazioni utili alla comprensione del lavoro. In particolare, la sezione A.1 dell' appendice mostra come la stima di una persistenza unitaria non implica necessariamente che il processo segua un processo random walk, associazione che spesso viene fatta in molti lavori empirici. Nelle sezioni A.2 e A.3 si mostra l' equivalenza tra analisi della persistenza condotta nel dominio temporale e nel dominio delle frequenze e, inoltre, si chiarisce l' equivalenza tra formulazioni alternative della persistenza. Nella sezione A.4 si illustrano i concetti di lag window, window size, stimatori consistenti dello spettro e si indagano in maggiore dettaglio alcuni limiti teorici di questo tipo di analisi.

## 2. Il concetto di persistenza

Questo paragrafo è volto a introdurre il concetto di persistenza e ad evidenziarne il legame con la scomposizione di un processo stocastico in una componente permanente ed una transitoria.

Un processo TS può essere rappresentato come:

$$(1) \quad y_t = \alpha + \beta t + a(L)\varepsilon_t,$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono due scalari,  $t$  e' il trend deterministico,  $\varepsilon_t$  e' un white noise,  $a(L)$  e' una funzione

razionale nell'operatore ritardo  $L$ ,  $a(L) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L^j$ , per cui valgono le seguenti ipotesi:

- (i)  $a(0) = 1$ ,
- (ii)  $a(L)$  non ha poli di modulo inferiore o uguale ad 1,
- (iii)  $a(L)$  non ha radici di modulo inferiore ad 1.

La (ii) implica la stazionarieta' di  $y_t$ , la (iii) implica che la rappresentazione (1) sia fondamentale. Aggiungendo la (i) si ha che la (1) e' unica. Se valgono tutte queste ipotesi la (1) e' la rappresentazione di Wold del processo<sup>4</sup>.

Consideriamo ora un processo non stazionario nei livelli,  $y_t$ , ma stazionario nelle differenze,  $\Delta y_t$ , cioe' un processo DS. Ogni processo stazionario puo' essere pensato come una media mobile di white noise, quindi  $\Delta y_t$  ammette la rappresentazione:

$$(2) \quad \Delta y_t = \alpha + b(L)\varepsilon_t,$$

dove  $\Delta$  e' l'operatore differenza,  $\alpha$  e' uno scalare,  $\varepsilon_t$  e' un white noise,  $b(L)$  e' una funzione razionale in  $L$ , per cui valgono le ipotesi: (i), (ii), (iii) in questo caso per  $b(0)$  e  $b(L)$  e, inoltre vale una quarta ipotesi:

- (iv)  $b(1) = \sum_{j=0}^{\infty} b_j \neq 0$ . Ovviamente, anche in questo caso la (2) e' la rappresentazione di Wold del processo  $\Delta y_t$ .

Per comprendere meglio la differenza tra una variabile TS ed una DS, entrambe modellate attraverso la rappresentazione di Wold, differenziamo il modello TS (1) ottenendo:

$$(3) \quad \Delta y_t = \beta + c(L)\varepsilon_t$$

dove  $c(L) = (1-L)a(L)$ . Il modello (3) e' sovradifferenziato, infatti essendo  $y_t$  un processo stazionario, se differenziato induce la comparsa del termine  $(1-L)$  nella media mobile implicando:

$$c(1) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j = 0. \text{ La differenza tra un modello TS ed uno DS e' riconducibile, quindi, alla somma dei}$$

coefficienti della media mobile di  $\Delta y_t$ . In altre parole un processo DS si distingue da un processo TS, perche' la somma dei coefficienti della media mobile di  $\Delta y_t$  e' diversa da zero.

Il concetto di persistenza e' legato alla scomposizione di un processo in una componente permanente ed una transitoria dovuta a Beveridge e Nelson (1981) e coinvolge la somma dei coefficienti della media mobile di  $\Delta y_t$ . Supponiamo che  $y_t$  sia DS e che possa essere pensato come somma di un trend stocastico e un ciclo stazionario:  $y_t = T_t + C_t$ . La differenza prima:  $\Delta y_t = \Delta T_t + \Delta C_t$  e' un processo stazionario e come tale puo' essere descritto dalla rappresentazione di Wold di cui alla (2). La

<sup>4</sup>Per un approfondimento si veda Sargent (1987).

scomposizione di Beveridge e Nelson di  $\Delta y_t$  e' ottenuta mediante una semplice riparametrizzazione della (2), cioe':

$$(2') \quad \Delta y_t = \alpha + b(1)\varepsilon_t + (1-L)d(L)\varepsilon_t,$$

dove  $d(L) = [b(L) - b(1)] / (1-L)$ . Il primo termine dell'espressione sulla destra della (2') non e' altro che la differenza prima del trend:  $T_t - T_{t-1} = \alpha + b(1)\varepsilon_t$ , mentre il secondo termine sulla destra della (2') non e' altro che la differenza prima del ciclo:  $C_t = d(L)\varepsilon_t$ . Se il processo fosse TS e non DS come abbiamo supposto,  $b(1)$  sarebbe uguale a zero. L'ipotesi che il trend sia un random walk, unita all'ipotesi che la componente permanente e quella transitoria siano correlate, cioe' guidate dallo stesso shock  $\varepsilon_t$ , permettono di identificare la (2'), cioe' il trend e il ciclo di  $\Delta y_t$ <sup>5</sup>. Anche le varianze delle due componenti sono, ovviamente, identificate: la varianza della differenza prima del trend e':  $b(1)^2 \sigma_\varepsilon^2$ ,

mentre la varianza della differenza prima del ciclo e':  $\left( (1-b(1))^2 + \sum_{j=0}^{\infty} b_j^2 \right) \sigma_\varepsilon^2$ .

Supponiamo per semplicita' che il processo  $\Delta y_t$  abbia media nulla, in questo caso  $b(1)\varepsilon_t$  rappresenta l'effetto di lungo periodo di uno shock  $\varepsilon_t$  su  $y_t$ , mentre  $b(0)\varepsilon_t$  rappresenta l'effetto di impatto dello shock, che avendo scelto la normalizzazione  $b(0)=1$  si riduce allo shock stesso. Il concetto di persistenza puo' essere ricondotto alla relazione tra l'effetto di lungo periodo e l'effetto di impatto ed e' descritto dalla seguente misura:

$$(4) \quad V_1 = \frac{b(1)\varepsilon_t}{\varepsilon_t}$$

Vi e' un ovvio legame fra il numeratore di questa espressione e la varianza del random walk mostrata sopra. Dato che il numeratore e il denominatore nella (4) sono processi stocastici, una naturale misura dell'importanza di tali processi e' costituita proprio dalla loro varianza, cioe':

<sup>5</sup>L'ipotesi di correlazione tra le componenti, propria della rappresentazione di Beveridge e Nelson, trova una giustificazione economica nell'idea che le fluttuazioni e la crescita di una variabile siano guidate dalle stesse perturbazioni. Al contrario, l'ipotesi di ortogonalita', che si ritrova nei lavori di Harvey (1985), Watson (1986), Clark (1987) legati a stime univariate di modelli a componenti non osservabili e in modelli multivariati (ad esempio, Blanchard e Quah 1989), trova un fondamento economico nell'idea che le variazioni della componente ciclica siano dovute a shocks temporanei legati, ad esempio, a variazioni della domanda aggregata, mentre le variazioni del trend stocastico siano guidate da shocks permanenti legati alla crescita di lungo periodo. Invece, l'ipotesi di random walk per il trend largamente utilizzata in letteratura sembra rappresentare una semplificazione legata prevalentemente a necessita' statistiche di identificazione del modello. Infatti, se tale ipotesi viene meno e si modella la dinamica del trend in modo meno restrittivo, l'analisi univariata della persistenza non fornisce informazioni corrette sul peso del trend relativamente alla varianza totale e perde completamente di interesse. In assenza dell'ipotesi di random walk e' possibile mostrare che una persistenza molto alta (anche maggiore dell'unita') puo' essere compatibile con una qualunque varianza del trend della variabile (Lippi e Reichlin 1991, 1992).

$$(4) V_1^2 = \frac{b(1)^2 \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

dove il numeratore, cioè la varianza dell'effetto di lungo periodo, è la varianza del random walk nella serie, mentre il denominatore è la varianza dell'effetto di impatto, ovvero la varianza dello shock. Quindi, la misura di persistenza fornisce una indicazione dell'importanza della componente di random walk del processo, in altre parole dell'importanza del suo trend.

Un'altra misura di persistenza, concettualmente legata alla scomposizione di Beveridge e Nelson<sup>6</sup>, viene proposta da Cochrane (1988). Questa misura è esprimibile come rapporto tra la varianza dell'effetto di lungo periodo dello shock e la varianza del processo,  $\Delta y_t$ , cioè come:

$$(5) V_2^2 = \frac{b(1)^2 \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{\Delta y}^2}$$

In sintesi, se il modello è DS allora lo shock è permanente e modifica indefinitamente il livello della serie che non manifesta tendenza a ritornare verso il suo valore "normale" rappresentato dal trend deterministico. In questo caso, le due misure di persistenza risultano essere diverse da zero e tra loro non necessariamente uguali. Se il processo segue un random walk e, quindi, la componente ciclica non esiste, le due misure risultano uguali ad 1. (Nell'Appendice viene mostrato come una stima della persistenza pari ad 1, non necessariamente implica che la serie sia un random walk). Se il modello è TS, cioè  $b(1)=c(1)=0$ , allora lo shock è transitorio, cioè non modifica il livello di lungo periodo della serie che tende a ritornare al suo valore di trend e le due misure risultano uguali a zero. La somma dei coefficienti della media mobile di un processo TS e di un random walk assume rispettivamente il valore zero ed 1, ma in generale  $b(1)$  può assumere qualunque valore reale diverso da zero o 1 e ciò vale ovviamente per le misure di persistenza rappresentate dalla (4) e dalla (5). Quindi, sotto l'ipotesi mantenuta che il processo

<sup>6</sup>L'interpretazione della misura di persistenza che si ricava dal lavoro di Beveridge e Nelson è legata all'analisi della revisione dell'aspettativa di  $y_t$  indotta da uno shock unitario in  $t$ . Data la rappresentazione (2) per  $\Delta y_t$  possiamo riscrivere il processo nei livelli come:  $y_t = y_{t-1} + \alpha + b(L)\varepsilon_t$ . Risolvendo in avanti questa espressione otteniamo:  $y_{t+j} = y_{t-1} + (j+1)\alpha + b(L)\varepsilon_t + \dots + b(L)\varepsilon_{t+j}$ . La variazione della serie nel lungo periodo, a seguito di uno shock in  $t$ , sarà uguale a:  $\partial y_{t+j} / \partial \varepsilon_t = (1 + b_1 + \dots + b_j)$  e all'infinito risulterà:

$\lim_{j \rightarrow \infty} \partial y_{t+j} / \partial \varepsilon_t = b(1)\varepsilon_t$ . Definendo il trend della variabile come:  $T_t = \lim_{j \rightarrow \infty} (E_t y_{t+j} - \alpha j)$ , la differenza

prima di questo trend sarà uguale a:  $\Delta T_t = \alpha + \lim_{j \rightarrow \infty} (E_t y_{t+j} - E_{t-1} y_{t+j}) = \alpha + b(1)\varepsilon_t$ , che è un random walk con drift ed è la prima parte della scomposizione di Beveridge e Nelson data alla (2). Quindi, il trend corrisponde alla previsione di lungo periodo della variabile e la differenza prima rappresenta la revisione dell'aspettativa della variabile.  $b(1)$  caratterizza completamente la revisione dell'aspettativa di  $y_t$  indotta da uno shock unitario in  $t$ , quindi  $b(1)$  diverso da zero indica che uno shock in  $t$  modifica la previsione della variabile nell'infinito futuro, mentre  $b(1)=0$  indica che uno shock in  $t$  non ha nessun impatto sulla previsione della variabile, cioè che la revisione dell'aspettativa è zero.

è DS è dato che qualunque processo DS può essere rappresentato come somma di un random walk più una componente ciclica stazionaria, le misure di persistenza quantificano l'importanza della componente permanente (random walk) nel dar conto delle fluttuazioni del processo. Generalmente, una persistenza intorno all'unità o maggiore di 1 è stata interpretata come indicatore di un'importante componente di trend, tanto importante da essere anche più volatile della serie stessa<sup>7</sup>.

Entrambe le misure di persistenza hanno una interpretazione in ambito di analisi spettrale. In particolare esiste un legame tra  $b(1)$  e la densità spettrale del processo alla frequenza zero (si veda l'Appendice per una più dettagliata analisi del legame tra persistenza e analisi spettrale):

$$g(0) = b(1)^2 \sigma_\varepsilon^2$$

dove  $g(0)$  rappresenta lo spettro del processo calcolato alla frequenza zero. Data questa relazione, è immediato esprimere le due misure di persistenza in termini di funzione di densità spettrale. La misura di persistenza  $V_1$  può essere, quindi, riscritta come:

$$(6) V_1 = \sqrt{\frac{g(0)}{\sigma_\varepsilon^2}}$$

dove la varianza dello shock,  $\sigma_\varepsilon^2$ , non è altro che la media geometrica dello spettro:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \exp \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log g(\lambda) d\lambda \quad (\text{formula di Kolmogorov}).$$

La misura di persistenza proposta da Cochrane, invece, può essere riscritta come:

$$(7) V_2^2 = \frac{g(0)}{\sigma_{\Delta y}^2}$$

dove la varianza del processo,  $\sigma_{\Delta y}^2$ , è la media aritmetica dello spettro calcolata rispetto a tutte le frequenze.

In sintesi, attraverso l'analisi della persistenza sia teoricamente possibile discriminare tra variabili che sono caratterizzate da un trend stocastico e variabili per le quali l'elemento stocastico è interamente concentrato nel termine transitorio e, inoltre, come la misura di persistenza consenta di stabilire, sotto le ipotesi che caratterizzano la scomposizione di Beveridge e Nelson (1981), quanta parte delle fluttuazioni di una variabile DS siano dovute alle fluttuazioni della componente permanente.

<sup>7</sup>Cio' è ovviamente possibile data l'ipotesi di correlazione tra trend e ciclo che soggiace alla scomposizione di Beveridge e Nelson. Notiamo, infatti, che la somma della varianza del trend e del ciclo non dà la varianza totale della serie, in quanto la covarianza tra trend e ciclo è generalmente diversa da zero, cioè vale la seguente relazione:  $\text{var } \Delta y_t = \text{var } \Delta T_t + \text{var } \Delta C_t + 2 \text{cov}(\Delta T_t, \Delta C_t)$ . Quindi, se la serie è un random walk, la persistenza è unitaria e la varianza della serie è interamente dovuta alla varianza del trend, se la serie è TS la varianza totale è interamente dovuta alla componente ciclica.

### 3. Metodi di stima della persistenza: un' applicazione empirica al caso del GDP italiano e del reddito personale statunitense.

In questo paragrafo mostreremo come dal *punto di vista empirico* sia difficile, attraverso l'analisi della persistenza, decidere quale sia la corretta rappresentazione per una variabile e stabilire il ruolo giocato dal trend stocastico nel determinarne la variabilità totale di un processo. Le misure di persistenza (4) e (5) possono essere stimate sia non parametricamente sia parametricamente. L'approccio parametrico alla stima della persistenza (Campbell e Mankiw 1987a), consiste nell'ottenere i coefficienti della media mobile di  $\Delta y_t$  dalla stima di modelli ARMA, mentre l'approccio non parametrico proposto da Cochrane (1988), consiste nella stima dello spettro alla frequenza zero del processo. Per dare un'idea dei diversi approcci e dei limiti che si incontrano in fase di stima, presenteremo, nei due paragrafi successivi, le persistenze ottenute per la serie aggregata del reddito reale personale statunitense (fonte: NIPA- *National Income and Product Account*) e per la serie del GDP reale italiano (fonte: OCSE-*Main Economic Indicators*). Nel primo caso i dati utilizzati sono trimestrali destagionalizzati espressi in termini pro-capite e coprono un orizzonte temporale che va dal 1969:1 al 1992:3. La serie reale del reddito è stata ottenuta deflazionando il reddito nominale con l'indice dei prezzi al consumo (base 1987), tale indice è stato a sua volta ottenuto dividendo il consumo totale nominale per il consumo reale. Nel secondo caso i dati sono trimestrali destagionalizzati e coprono un orizzonte temporale che va dal 1970:1 al 1992:2. La serie reale del GDP è stata ottenuta utilizzando il deflatore del GDP (base 1985). L'utilizzo delle variabili nei logaritmi non conduce a risultati dissimili da quelli che presenteremo nei paragrafi seguenti.

#### 3.1 L'approccio non parametrico

L'equivalenza tra la stima della persistenza condotta nel dominio temporale con quella condotta nel dominio delle frequenze è sottolineata in Cochrane (1988). L'autore propone di ottenere la persistenza dal rapporto tra lo spettro del processo stimato alla frequenza zero e la varianza del processo. In quanto segue limiteremo l'analisi alla stima della persistenza nel dominio delle frequenze in particolare a  $V_2^2$  del paragrafo 2. In Appendice vengono trattati in maggiore dettaglio i limiti teorici dell'analisi spettrale, viene definito cosa si intende per stimatore consistente dello spettro e vengono definiti alcuni concetti richiamati in questo paragrafo come, ad esempio, quello di window size.

In quanto segue, i punti di debolezza dell'analisi spettrale vengono affrontati durante il commento delle stime. L'analisi della persistenza viene condotta in genere sotto l'ipotesi mantenuta che il processo sia DS, presentiamo, quindi, i test di radice unitaria (test di Dickey-Fuller) sia per i livelli, che per le differenze prime per stabilire se le variabili sono I(1) nei livelli (tabella 1). L'ipotesi nulla che

caratterizza i test di radice unitaria è che la serie sia non stazionaria. Si noti che se accettiamo che la serie sia DS, questo risultato non necessariamente implica che la persistenza attesa sia molto elevata. Infatti, la varianza della componente di random walk può essere piccola rispetto alla varianza totale della serie portando ad una stima della persistenza inferiore ad 1.

La procedura seguita per l'applicazione dei test di radice unitaria è quella proposta da Perron (1988). L'autore propone una strategia di lettura dei test che si basa su considerazioni in merito alla potenza relativa, contro l'ipotesi di stazionarietà, dei test di radice unitaria. Tale procedura prevede di iniziare a verificare la presenza della radice unitaria nella serie nei livelli, partendo da un modello di regressione generale che includa un trend deterministico. Infatti, Perron mostra che escludendo il trend deterministico dalla regressione di Dickey e Fuller della variabile si può incorrere in una distorsione che porta a rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà della serie troppo facilmente, in quanto la potenza del test tende a zero quando il trend è significativo. Tuttavia, se il trend non è significativo si ha una perdita di potenza del test rispetto ad un modello di regressione in cui il trend non compare. Nella tabella 1 vengono presentati i risultati sia per la regressione di Dickey e Fuller con il trend che senza trend, per cercare di ridurre la possibilità di errore (di seconda specie) nell'accettazione dell'ipotesi nulla. Inoltre, vengono presentati i test F ( $\Phi$ -test) per valutare la necessità o meno dell'inclusione del trend o del drift nella regressione di Dickey e Fuller. Essendo tale procedura ormai molto nota e usata nelle applicazioni econometriche non ci dilungheremo oltre nella spiegazione dei vari stadi di verifica della presenza della radice unitaria previsti da essa. I risultati sono: per le serie nei livelli non è possibile rigettare l'ipotesi di radice unitaria, mentre le serie nelle differenze prime sono stazionarie.

**Tabella 1** Analisi di integrazione: test DF e ADF per  $y_t$  e  $\Delta y_t$ : livelli e differenze prime del reddito statunitense e del GDP italiano

Includendo il trend									
Serie	DF	ADF(1)	ADF(2)	ADF(3)	ADF(4)	test-F	test-F	A	N
	$\tau_\tau, \tau_\mu$	$\tau_\tau, \tau_\mu$	$\tau_\tau, \tau_\mu$	$\tau_\tau, \tau_\mu$	$\tau_\tau, \tau_\mu$	$\Phi_3$	$\Phi_2$	probab	probab
$y_t$ (US)	-1.44	-2.25	-1.87	-3.04*	-3.14	4.82	6.86	0.73	0.76
$y_t$ (IT)	-1.96	-3.04*	-3.47	-3.28	-2.63	4.63	7.84	0.29	0.80
Escludendo il trend									
$y_t$ (US)	-1.05	-0.91	-0.93	-0.82*	-1.02			0.56	0.24
$y_t$ (IT)	-0.055	-0.38*	-0.32	-0.24	-0.005			0.32	0.20
$\Delta y_t$ (US)	-7.34	-6.63*	-4.08	-3.83	-4.09			0.11	0.34
$\Delta y_t$ (IT)	-6.21*	-4.69	-4.58	-5.12	-5.36			0.30	0.27

Note: La regressione per il test DF con trend e'  $\Delta y_t = \mu + \beta T + \alpha y_{t-1}$ , dove T e' il trend, mentre quella per il test

ADF(m), ha in aggiunta  $\sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta y_{t-i}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , dove m e' il numero di ritardi da considerare per evitare la possibile autocorrelazione dei residui. I valori critici dei test sono:

$\tau_\tau (H_0: \alpha = 0)$  nel modello con trend: -3.80 (2.5%), -3.50 (5%), -3.18 (10%)

$\tau_\mu (H_0: \alpha = 0)$  nel modello senza trend: -3.22 (2.5%), -2.92 (5%), -2.60 (10%)

$\Phi_3 (H_0: \alpha = 0, \beta = 0)$  nel modello con trend: 7.81 (2.5%), 6.73 (5%), 5.61 (10%)

$\Phi_2 (H_0: \alpha = 0, \beta = 0, \mu = 0)$  nel modello con trend: 5.94 (2.5%), 5.13 (5%), 4.31 (10%)

\* indica il test ADF con il numero di ritardi sufficiente a produrre residui non autocorrelati e normali

A: valore della probabilita' associato all'LM test per l'autocorrelazione dei residui, N: valore della probabilita' associato al Jarque-Bera test per la normalita' dei residui - i valori riportati si rifanno al test con l'asterisco

La tabella 2 riporta la stima della persistenza riferita al reddito reale personale statunitense calcolata via densita' spettrale; tra parentesi vengono riportati gli errori standard riferiti alle stime puntuali, che essendo molto grandi rendono queste stime non conclusive. Infatti, per una window size (si veda l'Appendice) da 5 a 15 l'intervallo di confidenza esclude una persistenza uguale a zero, mentre per una window size da 20 a 30 l'intervallo di confidenza include sia una persistenza uguale a zero che una persistenza uguale a 1. All'aumentare della window size la persistenza stimata diminuisce considerevolmente, mentre non succede lo stesso per gli errori standard. Inoltre, le stime a parita' di window size possano variare a seconda dello stimatore scelto. Ad esempio, per una window size di 20, che appare ragionevole data la numerosita' campionaria, lo stimatore di Parzen conduce ad una stima

della persistenza maggiore di 1, mentre Bartlett e Tukey conducono ad una stima inferiore all'unita'. La tabella 3 riporta le stime per il GDP italiano, per i quali rimangono valide le considerazioni appena fornite. Si puo' rilevare, tuttavia, che la stima della persistenza e' molto piu' sensibile alla variazione della window size. Anche in quest' ultimo caso per una window size pari a 20 la banda di confidenza della persistenza stimata e' cosi' ampia da includere sia il valore zero che il valore 1.

**Tabella 2** Stima della persistenza attraverso la funzione di densita' spettrale per  $\Delta y_t$ (US)

Window Size	Bartlett	Tukey	Parzen
5	1.51 (0.40)	1.51 (0.42)	1.40 (0.33)
10	1.38 (0.52)	1.52 (0.61)	1.57 (0.53)
15	1.10 (0.51)	1.20 (0.58)	1.42 (0.59)
20	0.86 (0.46)	0.90 (0.51)	1.20 (0.57)
25	0.76 (0.45)	0.70 (0.44)	0.99 (0.53)
30	0.67 (0.44)	0.59 (0.40)	0.83 (0.48)

Note: (errori standard). Bartlett, Tukey e Parzen: stimatori consistenti dello spettro. Per la definizione di window size e stimatore consistente dello spettro si veda l'Appendice.

**Tabella 3** Stima della persistenza attraverso la funzione di densita' spettrale per  $\Delta y_t$ (IT)

Window Size	Bartlett	Tukey	Parzen
5	1.71 (0.48)	1.85 (0.49)	1.73 (0.43)
10	1.03 (0.40)	1.18 (0.49)	1.55 (0.55)
15	0.86 (0.42)	0.75 (0.38)	1.07 (0.46)
20	0.65 (0.36)	0.59 (0.35)	0.80 (0.40)
25	0.46 (0.29)	0.40 (0.26)	0.64 (0.36)
30	0.35 (0.24)	0.25 (0.18)	0.50 (0.31)

Note: (errori standard). Bartlett, Tukey e Parzen: stimatori consistenti dello spettro. Per la definizione di window size e stimatore consistente dello spettro si veda l'Appendice.

Confrontiamo i risultati, che riguardano il GDP italiano con quelli ottenuti da altri autori. Cogley (1990), ad esempio, stima non parametricamente la persistenza del GDP reale italiano espresso in termini pro-capite sul periodo 1871-1985 (dati annuali, fonte Maddison e OCSE, *Main Economic Indicators*). La persistenza che l'autore ottiene è molto alta: da 1.6 a 1.8 (per una window size rispettivamente di 15 e di 20), mentre la persistenza derivata in un contesto parametrico (variance ratio statistic - vedi Appendice 3.1 ed equazione A.3.1) è 1.75 e 2.02, rispettivamente. Tenendo in considerazione l'intervallo di confidenza la persistenza non è significativamente diversa da 1. Tuttavia, data la dimensione campionaria sarebbe stato interessante confrontare questo risultato con quanto sarebbe scaturito in corrispondenza di window size superiori a 20. La scelta di presentare solo window size da 15 a 20 sembra abbastanza arbitraria (si veda l'Appendice A.3 sulla scelta della window size). Chiarini (1994) utilizza dati ISTAT trimestrali destagionalizzati 1970:1-1991:4 per l'analisi della persistenza del valore aggiunto italiano ai prezzi di mercato (prezzi costanti). La stima della persistenza risulta inferiore all'unità già in corrispondenza di una window size di 20 e, come accade per le stime riportate alle tabelle 2 e 3, la dimensione degli errori standard è tale da permettere di accettare sia una persistenza uguale a zero che una persistenza uguale ad 1. Data la dimensione degli errori standard anche l'affidabilità e la precisione delle stime di Chiarini appare incerta, anche se l'autore è propenso a difendere l'ipotesi di random walk per la serie del prodotto italiano avendo ottenuto una persistenza di 0.99 per una window size di 20 e di 0.71 per una window size di 40<sup>8</sup>.

### 3.2 L'approccio parametrico

La strategia parametrica consiste nella stima parsimoniosa di modelli ARMA per  $\Delta y_t$  da cui derivare la misura di persistenza dai parametri stimati (Campbell e Mankiw 1987a). Un generico ARMA (p,q) è il seguente

$$(10) \phi(L)\Delta y_t = \theta(L)\varepsilon_t,$$

dove  $\phi(L)$  e  $\theta(L)$  sono polinomi (finiti) nell'operatore ritardo L, rispettivamente di ordine p e q. Ogni modello ARMA ha una corrispondente rappresentazione a media mobile, in cui la somma dei coefficienti è:  $b(L) = \phi^{-1}(L)\theta(L)$ . Da  $b(L)$  è possibile ottenere la misura di persistenza  $V_1$ .

La stima di un modello ARMA è connessa alla scelta di una parametrizzazione che limiti l'ordine della componente autoregressiva e di quella a media mobile. Una strategia che spesso viene

<sup>8</sup>È opportuno sottolineare ancora, che una persistenza unitaria (0.991 tabella 7 di Chiarini 1994) non permette di sostenere che la serie segua un random walk (come, invece, sembra proponso sostenere Chiarini a pag 58 e ancora a pag. 60). Infatti, come mostreremo nell'Appendice, un random walk genera una persistenza unitaria, ma non vale necessariamente il viceversa. Per sottoporre a test l'ipotesi di random walk è più opportuno verificare se a tutte le frequenze lo spettro della serie non è significativamente diverso dall'unità e non concentrare l'attenzione solo al comportamento alla frequenza zero. Infatti, se una serie è un random walk il suo spettro sarà piatto e tutti i valori assunti dallo spettro alle diverse frequenze uguali, in particolare uguali all'unità se lo spettro viene normalizzato rispetto alla varianza della serie.

proposta per selezionare la parametrizzazione ottimale consiste nella scelta del modello che ha la verosimiglianza maggiore dopo aver imposto una penalità legata al numero di parametri presenti. Confronteremo i risultati ottenuti applicando due criteri comunemente impiegati in letteratura per selezionare modelli ARMA con differenti parametrizzazioni: il criterio di Akaike e il criterio di Schwarz<sup>9</sup>. Le tabelle 4 e 5 riportano il valore del logaritmo delle verosimiglianze stimate da diverse parametrizzazioni ARMA per il reddito statunitense fino ad un modello generale ARMA(3,3). La tabella 5 riporta, inoltre, la stima dei parametri e della persistenza associata a questi modelli. Le tabelle 6 e 7, invece, sono riferite alle stime per il GDP italiano.

Entrambi i criteri suggeriscono il modello AR(3) come parametrizzazione ottimale per la variazione del reddito reale personale degli USA, invece guardando semplicemente alla significatività dei coefficienti, anche un ARMA(3,3), un MA(1) e un AR(1) appaiono buone rappresentazioni per il processo (tabella 4). Per il GDP italiano, il modello ottimale risulta un AR(1), ma anche un ARMA(2,2), un MA(1) e un AR(3) potrebbero essere buoni candidati (tabella 6). Tuttavia, in questo paragrafo *più che alla scelta della parametrizzazione ottimale dell'ARMA candidato a descrivere il processo per le due serie, siamo interessati a stabilire se la stima della persistenza per i due processi è robusta alle diverse parametrizzazioni disponibili.*

Nella tabella 5 riportiamo il calcolo della persistenza per tutte le differenti parametrizzazioni ARMA per il reddito statunitense. La stima puntuale della persistenza è maggiore di 1, suggerendo un risultato univoco, indipendente dal modello selezionato, ovvero alta persistenza di uno shock. In particolare, per il modello "ottimale", un AR(3), la persistenza è uguale a 1.59. Tenendo in considerazione l'intervallo di confidenza suggerito dagli errori standard delle stime, la persistenza è, per quasi tutte le parametrizzazioni, non significativamente diversa da 1.

Confrontiamo questi risultati con quelli ottenuti da altri autori. Campbell e Mankiw (1987a) propongono come rappresentazione ottimale per il logaritmo del GNP reale statunitense un ARMA(2,2) a cui è associata una persistenza di 1.52; i dati utilizzati dagli autori sono trimestrali aggiustati per la stagionalità 1947:1-1985:4. Evans (1989, p. 224-5), invece, trova che la rappresentazione autoregressiva ottimale è un AR(3), a cui è associata una persistenza stimata di 1.4; i dati usati da Evans sono trimestrali corretti per la stagionalità per il periodo 1952:1-1985:4. Per le altre specificazioni ARMA la persistenza è sempre superiore ad 1. Anche i risultati di Christiano ed Eichenbaum (1990) riferiti sempre al GNP statunitense sono in linea con quelli appena commentati. Quindi, le stime alle tabelle 5 mostrano come anche cambiando l'aggregato per il reddito, i dati e il periodo di indagine, la stima puntuale della persistenza risulta sempre superiore ad 1. Tenendo in considerazione l'intervallo di confidenza associato alle stime puntuali della persistenza, sia il reddito personale reale, analizzato in questo paragrafo, che il

<sup>9</sup>I due criteri differiscono per il modo con cui attribuiscono una maggiore penalità all'aumentare del numero dei parametri dell'ARMA. Il criterio di Akaike massimizza:  $2\ln L - 2k$ , dove L è il logaritmo della verosimiglianza e k è il numero dei parametri del modello ARMA, cioè  $k = p+q$ . Il criterio di Schwarz massimizza:  $2\ln L - k\ln T$ , dove T è il numero di osservazioni campionarie. Nei nostri esempi il campione è costituito da 95 osservazioni nel caso del reddito statunitense, da cui:  $T=95$  e  $\ln(95) = 4.55$ , mentre per il GDP italiano:  $T=86$  e  $\ln(86)=4.45$ .



GNP reale degli Stati Uniti, studiato dagli autori sopra citati, manifestano una persistenza intorno all'unità. Ciò può essere compatibile con l'assenza di componente ciclica per il processo nel caso in cui questo sia un random walk, cioè quando tale persistenza è generata da modelli della classe ARMA(1,1) (per questo punto si veda l'Appendice), o comunque di una componente ciclica trascurabile negli altri casi. L'uniformità dei risultati appena commentati ottenuti in sede parametrica, sono in netto contrasto con la stima non parametrica per il reddito personale presentata nel paragrafo 2.1 (tabella 2). Quest'ultima, infatti, è in generale più bassa e suggerisce che la serie ha una componente ciclica non trascurabile.

La tabella 7 riporta risultati simili per il caso italiano. Il GDP appare leggermente più persistente del reddito statunitense e in particolare per il modello selezionato in base ai criteri di Akaike e Schwarz, un AR(1), tale persistenza è uguale a 1.56. Rispetto al caso statunitense, la persistenza stimata per il GDP italiano è, per quasi tutti i modelli ARMA, significativamente diversa da 1.

La persistenza del GDP italiano è stata studiata da diversi autori, ad esempio Campbell e Mankiw (1989a), che utilizzano dati trimestrali del Fondo Monetario Internazionale (*International Financial Statistics*) che coprono il periodo 1960:1-1985:1. La stima parametrica della persistenza che presentano gli autori è molto alta e anche la stima non parametrica per la stessa serie, sorprendentemente conferma questo risultato. Il modello ARMA ottimale è anche nel loro caso un AR(1) a cui è associata una persistenza di 1.14. Il contrasto tra la stima non parametrica presentata nella tabella 3, che riporta una persistenza per il GDP italiano sostanzialmente inferiore ad 1 (se viene considerata una window size di 20, che appare essere ragionevole data la dimensione campionaria) è in netto contrasto sia con la stima parametrica che è presentata nella tabella 7, sia con la stima non parametrica di Campbell e Mankiw (1989a). Quindi, i risultati di persistenza che riguardano il GDP italiano sono molto più incerti di quelli ottenuti per il GNP statunitense.

Veniamo ad un altro lavoro che riguarda il caso italiano, quello di Gallegati e Ardeni (1994). Gli autori presentano la stima parametrica di 8 modelli ARMA fino al caso generale di un ARMA(2,2), per il PIL italiano per il periodo 1861-1913, utilizzando la serie annuale recentemente rielaborata da Maddison (1991). Riportando integralmente: "Per quanto riguarda il PIL, gran parte dei modelli stimati sembrano indicare una certa vicinanza al caso di *random walk* (solo in 3 casi la persistenza è minore di 0.8) anche se si può affermare che vi è evidenza di un effetto di lungo periodo di uno shock unitario meno che proporzionale". Nei risultati a cui gli autori si riferiscono nel commento appena riportato (tabella 4 a pag. 132), la persistenza puntuale stimata varia da 0.72 a 2.26. Poiché gli autori non riportano gli errori standard associati a queste persistenze e neppure la significatività dei parametri dei diversi modelli ARMA è assai arduo poter difendere il loro punto e, inoltre, da quanto abbiamo detto in questo lavoro dovrebbe risultare ormai abbastanza chiaro che affermazioni di questo tipo a commento di stime univariate della persistenza sono poco robuste. Per quanto è possibile evincere dalla tabella 4 del lavoro di Gallegati e Ardeni, la persistenza del PIL è alta: in due casi superiore all'unità (1.2 e 2.26) e in altri due casi intorno all'unità (0.9 e 0.97) e, quindi, sarebbe possibile difendere addirittura la posizione

opposta a quella che avanzano gli autori. La tabella riporta anche persistenze molto elevate (nella maggioranza dei casi maggiori di 2) per il prodotto nell'industria e nei servizi. In conclusione, i risultati ottenuti dagli autori aggiungono ulteriori dubbi sull'utilità di utilizzare queste tecniche, in modo particolare quando dovrebbero servire a rispondere alla domanda che si pongono gli autori: *la teoria dei cicli economici reali (RBC) aiuta a spiegare le fluttuazioni?*

Abbiamo precedentemente accennato al fatto che l'analisi della persistenza viene generalmente condotta sotto l'ipotesi nulla che il processo sia DS. In quanto segue viene indagata la robustezza dei risultati di persistenza, che abbiamo commentato sopra, al cambiamento dell'ipotesi nulla. In altre parole, si sottopone a verifica l'ipotesi nulla che il processo sia TS, ovvero che la persistenza sia zero. Nell'ultima colonna delle tabelle 5 e 7 vengono riportati i valori del test di Wald che consente di confrontare le verosimiglianze dei modelli ARMA non ristretti, che danno supporto alla ipotesi DS generando una persistenza intorno ad 1, con le verosimiglianze dei modelli ARMA ristretti ad avere una radice unitaria nella componente a media mobile, ovvero modelli consistenti con la rappresentazione TS.

Nel caso del reddito statunitense, quasi tutti i modelli sono consistenti con l'ipotesi DS, eccetto l'ARMA(1,3), l'ARMA(3,2) e l'ARMA(3,3) per cui è, invece, possibile accettare l'ipotesi di TS. Tuttavia, vale la pena sottolineare che i modelli per cui l'ipotesi TS non può essere rifiutata non rientrano tra i modelli significativi per rappresentare la serie. Per il GDP italiano i test di Wald indicano che nessun modello ristretto può essere accettato, rinforzando l'idea che il GDP sia un processo DS guidato da una forte componente di trend. Fanno eccezione i modelli ARMA(3,1) e (3,2) non ristretti, che generano una persistenza uguale a zero. Possiamo, quindi, escludere dall'analisi parametrica che le due serie siano TS.

**Tabella 4** Criteri di selezione di differenti modelli ARMA per il reddito statunitense

AR(p)	MA(q)			
	0	1	2	3
0	-2173.2 (-2173.2) [-2173.2]	-2163.8 (-2165.8) [-2168.3]	-2162.2 (-2166.2) [-2171.3]	-2161.4 (-2167.4) [-2185]
1	-2144.8 (-2146.8) [-2149.3]	-2140.4 (-2144.4) [-2149.5]	-2140.2 (-2146.2) [-2153.8]	-2138.2 (-2146.2) [-2156.4]
2	-2120.8 (-2124.8) [-2129.9]	-2118 (-2124) [-2131.6]	-2116.8 (-2124.8) [-2135]	-2114.6 (-2124.6) [-2137.3]
3	-2092.2 (-2098.2) [-2105.8]	-2092 (-2100) [-2110.2]	-2090.6 (-2100.6) [-2113.3]	-2090.2 (-2102.2) [-2117.5]

Note: per ogni modello vengono riportati:  $2\ln L$ , (Akaike Criterium:  $2\ln L - 2k$ ), [Schwarz Criterium:  $2\ln L - k\ln T$ ],  $k=p+q$  e  $T$  e' il numero delle osservazioni campionarie.

**Tabella 5** Stime dei parametri di differenti parametrizzazioni modelli ARMA(p,q) e della persistenza per il reddito statunitense

(p, q)	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	b(1)	test Wald**
(0,1)	--	--	--	0.39* (3.43)	--	--	1.38 [0.11]	152.53 {0.00}
(0,2)	--	--	--	0.34* (3.46)	-0.11 (-1.26)	--	1.23 [0.15]	65.55 {0.00}
(0,3)	--	--	--	0.29* (2.60)	-0.076 (-0.81)	0.12 (0.96)	1.33 [0.18]	50.11 {0.00}
(1,0)	0.25* (2.50)	--	--	--	--	--	1.34 [0.18]	--
(1,1)	-0.25 (-1.24)	--	--	0.60* (3.56)	--	--	1.27 [0.11]	89.67 {0.00}
(1,2)	-0.090 (-0.21)	--	--	0.42 (1.04)	-0.083 (-0.49)	--	1.23 [0.14]	5.69 {0.017}
(1,3)	0.37 (1.33)	--	--	-0.077 (-0.28)	-0.16 (-1.33)	0.20 (1.79)	1.55 [0.34]	1.72 {0.189}
(2,0)	0.28* (2.75)	-0.14 (-1.35)	--	--	--	--	1.17 [0.17]	--
(2,1)	-0.19 (-0.73)	-0.07 (-0.53)	--	0.52* (2.12)	--	--	1.20 [0.16]	38.53 {0.00}
(2,2)	-0.65* (-2.15)	-0.53* (-2.27)	--	0.95* (3.43)	0.54* (2.44)	--	1.14 [0.11]	33.10 {0.00}
(2,3)	0.59 (1.67)	-0.39 (-1.18)	--	-0.28 (-0.85)	0.13 (0.50)	0.35* (2.41)	1.51 [0.25]	4.37 {0.036}
(3,0)	0.32* (3.15)	-0.22* (-2.06)	0.26* (2.58)	--	--	--	1.59 [0.39]	--
(3,1)	0.26 (0.96)	-0.20 (-1.58)	0.25* (2.35)	0.066 (0.24)	--	--	1.57 [0.38]	15.19 {0.00}
(3,2)	-0.016 (-0.01)	0.30 (1.75)	0.35 (0.37)	0.35 (0.37)	0.40 (0.68)	--	1.47 [0.42]	1.31 {0.252}
(3,3)	-0.11 (-0.29)	0.43 (-1.87)	0.41 (1.82)	0.46 (1.14)	0.41 (1.17)	-0.16 (-0.70)	1.49 [0.33]	3.90 {0.048}

Note: (rapporto t), [errori standard], b(1) misura di persistenza, \* significatività al 5%, \*\* test di Wald per discriminare tra il modello ARMA non ristretto e l'ARMA soggetto al vincolo di essere TS, cioè con persistenza uguale a zero, {valore della probabilità ottenuto dalla distribuzione  $\chi^2(1)$ }.

Tabella 6 Criteri di selezione di differenti modelli ARMA per il GDP italiano

AR(p)	MA(q)			
	0	1	2	3
0	-88.5473 (-88.5473) [-88.5473]	-83.9561 (-85.9561) [-88.4061]	-82.4467 (-86.4467) [-91.3467]	-81.1791 (-87.1791) [-94.5291]
1	-82.0033 (-84.0033) [-86.4533]	-81.9119 (-85.9119) [-90.8119]	-81.2579 (-87.2579) [-94.6079]	-80.2179 (-88.2179) [-98.0179]
2	-81.1603 (-85.1603) [-90.0603]	-87.1073 (-94.4573) [-81.1073]	-78.2702 (-86.2702) [-96.0702]	-78.2580 (-88.2568) [-100.5068]
3	-80.1607 (-86.1607) [-93.5107]	-76.9683 (-84.9683) [-94.7683]	-77.9220 (-87.922) [-100.172]	-73.5736 (-85.5736) [-100.2736]

Note: per ogni modello vengono riportati:  $2\ln L$ , (Akaike Criterium:  $2\ln L - 2k$ ), [Schwarz Criterium:  $2\ln L - k\ln T$ ],  $k=p+q$  e  $T$  e' il numero delle osservazioni campionarie.

Tabella 7 Stime dei parametri di differenti parametrizzazioni modelli ARMA(p,q) e della persistenza per il GDP italiano

(p, q)	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	b(1)	test Wald**
(0,1)	--	--	--	0.28* (3.18)	--	--	1.28 [0.090]	201.67 {0.00}
(0,2)	--	--	--	0.30* (2.808)	0.18 (1.827)	--	1.49 [0.146]	103.36 {0.00}
(0,3)	--	--	--	0.32* (3.15)	0.29* (2.59)	0.21 (1.72)	1.83 [0.249]	53.93 {0.00}
(1,0)	0.36* (3.504)	--	--	--	--	--	1.56 [0.251]	--
(1,1)	0.44* (2.212)	--	--	-0.091 (-0.444)	--	--	1.62 [0.317]	19.49 {0.00}
(1,2)	0.30 (1.240)	--	--	0.011 (0.048)	0.16 (1.25)	--	1.70 [0.316]	15.79 {0.00}
(1,3)	-0.009 (-0.035)	--	--	0.33 (1.310)	0.31* (2.460)	0.23 (1.776)	1.87 [0.29]	19.22 {0.00}
(2,0)	0.33* (3.030)	0.071 (0.647)	--	--	--	--	1.69 [0.36]	--
(2,1)	0.15 (0.269)	0.14 (0.619)	--	0.17 (0.312)	--	--	1.69 [0.340]	4.22 {0.040}
(2,2)	1.52* (11.308)	-0.82* (-5.926)	--	-1.24* (-5.751)	0.55* (2.435)	--	1.07 [0.236]	5.59 {0.018}
(2,3)	0.58* (3.507)	-0.65* (-4.302)	--	-0.26 (-1.415)	0.76* (5.947)	0.22 (1.584)	1.60 [0.201]	40.43 {0.00}
(3,0)	0.34* (3.063)	0.11 (0.930)	-0.11 (-0.989)	--	--	--	1.52 [0.332]	--
(3,1)	1.21* (11.234)	-0.17 (-1.026)	-0.19 (-1.832)	1* (-19.738)	--	--	0	0 {1.00}
(3,2)	0.12 (1.205)	-0.73 (-14.011)	0.38 (0.096)	0.23* (4.814)	1* (8.943)	--	0	0 {1.00}
(3,3)	1.70* (5.825)	-1.14* (-2.457)	0.13 (0.500)	-1.57* (-5.487)	0.95* (2.039)	0.030 (0.105)	1.36 [0.31]	12.90 {0.00}

Note: (rapporto t), [errori standard ], b(1) misura di persistenza, \* significatività al 5%, \*\* test di Wald per discriminare tra il modello ARMA non ristretto e l'ARMA soggetto al vincolo di essere TS, cioè con persistenza uguale a zero, {valore della probabilità ottenuto dalla distribuzione  $\chi^2(1)$ }.

Dai risultati che abbiamo appena mostrato sembra emergere che un vantaggio dell' approccio parametrico e' legato al fatto che gli errori standard associati alle stime sono piu' piccoli di quelli ottenuti con l'analisi non parametrica, suggerendone una maggiore affidabilita'. Tuttavia, la persistenza, che dovrebbe rappresentare le caratteristiche di lungo periodo della serie, ottenuta dalla stima parsimoniosa di un modello ARMA, e' in realta' dedotta dalla stima della dinamica di un modello di breve periodo e cio' rappresenta un limite teorico. Quando si modella la dinamica di breve di una serie con un ARMA di basso ordine, ovviamente le autocorrelazioni di alto ordine vengono ignorate ed e' forse questa la ragione per cui la stima della persistenza ottenuta in ambito parametrico puo' risultare superiore a quella ottenuta non parametricamente; in quest'ultimo caso, infatti, possibili autocorrelazioni negative di alto ordine possono essere tenute in debito conto. In altre parole, un modello ARMA parsimonioso porta a stimare un basso numero di parametri, mentre la formula della persistenza e' legata alla somma infinita dei coefficienti della media mobile  $b(1)$ . Questo problema potrebbe sembrare risolto in sede di stima non parametrica, infatti la stima della densita' spettrale alla frequenza zero tiene in considerazione un numero molto elevato di autocovarianze campionarie approssimandosi meglio alla funzione di autocovarianza teorica. Tuttavia, come abbiamo mostrato nel paragrafo 2, per ottenere una stima consistente dello spettro dobbiamo troncare il numero delle autocorrelazioni (autocovarianze), inducendo una distorsione nella stima.

#### 4. Il confronto con la stima multivariata

Nei paragrafi precedenti abbiamo evidenziato la difficolta' di ottenere informazione univoca circa la persistenza del reddito personale disponibile USA e del GDP italiano. In particolare abbiamo visto che dai risultati parametrici possiamo escludere l' ipotesi che le serie siano TS, mentre tale risultato in sede non parametrica viene confermato solo per window size inferiori a 20. Per quanto concerne la *dimensione* della risposta delle serie ad uno shock unitario avevamo a disposizione un ampio spettro di possibilita' che andavano da una persistenza superiore ad 1 ad una inferiore all' unita' suggerendo forti dubbi sull' utilita' di questo tipo di indagine. In questa sezione avanziamo ulteriori elementi di valutazione, mostrando come la stima multivariata (parametrica) delle persistenza sia inferiore a quella che si ottiene in ambito univariato.

Presentiamo brevemente il risultato della stima della persistenza del reddito statunitense implicita in un modello bivariato in cui viene scelto il consumo dei non durevoli e servizi come variabile utile a prevedere le fluttuazioni del reddito<sup>10</sup>. Questa stima e' stata ottenuta da un VAR(2) cointegrato; i

<sup>10</sup>La teoria del reddito permanente sotto l' ipotesi di aspettative razionali e incertezza sul reddito da lavoro, nella formulazione originaria dovuta ad Hall (1978) ed estesa da Campbell (1987), implica che il consumo totale e il reddito totale siano grandezze  $I(1)$  cointegrate con vettore di cointegrazione  $(1, -1)$ . Il consumo e' un buon previsore del reddito e non viceversa e, in particolare, il consumo e' il trend (random walk) del reddito totale. Per una

dettagli della procedura di stima, del modello teorico di riferimento, i diagnostici del VAR sono presenti in Pistoresi (1994) e, quindi, non ci dilungheremo in questa sede nella trattazione di questi punti. La fonte dei dati e' la stessa (NIPA), il periodo campionario e' piu' ampio di quello utilizzato nei paragrafi precedenti e va dal 1947:1 al 1991:4. In quanto segue illustriamo brevemente i risultati ottenuti per la persistenza univariata del reddito per poter fare un confronto con quanto ottenuto in ambito multivariato e che presenteremo subito dopo.

La stima parametrica univariata della persistenza del reddito oscilla tra un minimo di 1.039 associato ad un MA(2) ed un massimo di 1.210 per un MA(3) ed e' non significativamente diversa da 1 per tutti gli ARMA(p,q) e anche per l' ARMA (1,1), che sembra una buona approssimazione del reddito USA ( $b(1) = 1.095$ , S.E.=0.041). Questi risultati non sono molto diversi da quelli presentati alla tabella 5. La stima non parametrica (univariata) della persistenza e' piu' stabile di quella alla tabella 2, infatti la stima puntuale al variare della window size passa da 0.98 (window size = 5) a 0.93 (window size = 60), anche se lo stesso non puo' dirsi per gli errori standard che cosi' come sottolineato nel paragrafo 3.1, aumentano considerevolmente all' aumentare della window size, infatti per una window size di 30-40, che sembra ragionevole dato il numero delle osservazioni, la persistenza stimata via densita' spettrale risulta non significativamente diversa da zero.

La persistenza nel caso del modello multivariato si ottiene invertendo il VAR e ottenendo la consueta rappresentazione a media mobile. In questo caso la rappresentazione a media mobile estensione multivariata della (2') in presenza di cointegrazione assume la forma

$$\begin{pmatrix} \Delta Y_t \\ \Delta C_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11}(L) & B_{12}(L) \\ \lambda B_{11}(L) & \lambda B_{12}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} + (1-L) \begin{pmatrix} D_{11}(L) & D_{12}(L) \\ D_{21}(L) & D_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

dove Y e C sono rispettivamente il reddito e il consumo,  $\lambda$  e' un coefficiente di proporzionalita', infatti in presenza di cointegrazione  $B(L)$  risulta essere una matrice singolare e descrive il fatto che le componenti permanenti delle due variabili sono tra loro proporzionali secondo il fattore  $\lambda$ . La rappresentazione multivariata di Beveridge e Nelson e' interpretabile in questo caso come la rappresentazione common trend di Stock e Watson (1988).  $D(L)$  e' una matrice (2x2) che rappresenta le componenti cicliche delle

variabili e come nella (2') risulta uguale a  $\frac{B(L) - B(1)}{(1-L)}$ .  $\varepsilon_t$  e' un vettore di disturbi white noises per cui

valgono le solite proprieta' rammentate per il caso univariato<sup>11</sup>. La stima della persistenza univariata del reddito personale statunitense implicata dalla stima del modello multivariato e' pari a 0.60. Quindi, non solo la stima della persistenza varia a seconda del metodo utilizzato parametrico vs. non parametrico o

trattazione di questo punto si veda Forni (1994) e Pistoresi (1995). Una estensione del modello di reddito permanente al caso di eterogeneita' degli agenti, che prevede che anche il reddito sia un previsore del consumo si veda Forni e Lippi (1995), questo paper contiene anche una applicazione empirica.

<sup>11</sup>La rappresentazione di Beveridge e Nelson multivariata e' unica a differenza di altre rappresentazioni, in quanto e' una semplice riparametrizzazione della rappresentazione di Wold. Non vi e' in questo contesto alcun problema di identificazione dei disturbi, in quanto sia la componente permanente che quella transitoria dipendono dalla dinamica di tutti i disturbi.

dello stimatore scelto e della window size all'interno del metodo non parametrico o a seconda dell'ARMA scelto in sede parametrica o quando variamo l'ipotesi nulla da DS a TS sempre in ambito parametrico, ma varia considerevolmente anche se la stima è ottenuta in ambito univariato o in ambito multivariato. Una persistenza pari a 0.60 suggerisce che il peso della componente permanente stimata da un modello bivariato è diminuita rispetto a quanto rilevato in sede univariata. Una conferma di ciò ci viene dalle varianze stimate delle due componenti, trend e ciclo, del reddito:  $\sigma_{\Delta trends}^2 = 0.19$  e  $\sigma_{\Delta ciclo}^2 = 0.33$ . La varianza del ciclo risulta maggiore della varianza del trend capovolgendo l'aspettativa che si poteva formulare in virtù di una stima univariata della persistenza univariata intorno all'unità, che per la classe dei modelli ARMA(1,1) implica che il reddito statunitense è un random walk e, quindi, un processo in cui il ciclo non è rilevante.

Lo stesso tipo di risultato viene ottenuto da Cochrane (1990, 1994) per il caso del logaritmo del GDP reale procapite statunitense. Anche in questo caso il modello bivariato comprende il consumo (dei non durevoli e servizi), il campione è di dati trimestrali dal 1947 al 1989. L'autore mostra la risposta del GDP ad uno shock unitario, ovvero la funzione di impulso risposta della variabile, su un orizzonte temporale di 40 trimestri. Il modello autoregressivo univariato del GDP mostra una persistenza che non scende mai al di sotto di 1.4, mentre la stima univariata derivata dal modello bivariato con il consumo scende al di sotto dell'unità dopo 10 trimestri fino a raggiungere un valore di 0.8 nel lungo periodo. La stessa cosa viene fatta per il reddito da lavoro la cui persistenza univariata è stabilmente unitaria su tutti i trimestri (comportamento random walk), mentre la risposta della variabile ottenuta dal modello bivariato è dopo appena 5 trimestri al di sotto dell'unità e nel lungo periodo (40 trimestri) si stabilizza intorno al valore 0.6.

Una spiegazione della maggiore uniformità dei risultati che si ottengono generalmente in ambito multivariato può essere legata all'uso di variabili aggiuntive statisticamente correlate alla variabile di cui si vuole indagare l'origine delle fluttuazioni (per un altro esempio di stima bivariata consumo-GDP si veda Lippi e Reichlin 1994). Queste variabili aggiungendo informazione possono condurre ad una stima più efficiente e in molti casi sono dei buoni previsori per le fluttuazioni della variabile più di quanto non lo sia il suo solo passato. Al riguardo si sottolinea che sia nel nostro modello bivariato (consumo-reddito personale disponibile) che nel modello di Cochrane (consumo-GDP), le fluttuazioni del consumo causano nel senso di Granger le fluttuazioni del reddito. Da questo punto di vista il consumo appare un buon previsore del reddito e sicuramente aggiunge informazione utile in fase di stima della persistenza. Le fluttuazioni del consumo, invece, appaiono essere spiegate principalmente dal suo passato (peraltro con una dinamica complessa rispetto a quella di un semplice random walk) e, a conferma di quanto appena detto, la persistenza univariata e quella implicata dal modello multivariato sono molto simili (persistenza maggiore di 2)<sup>12</sup>. Si sottolinea, infine, che un sistema multivariato permette di tenere in considerazione

<sup>12</sup>Questi risultati sono in Pistoresi (1994) e sono disponibili su richiesta.

un fatto stilizzato importante che le variabili macroeconomiche possono essere cointegrate ovvero muovere insieme nel lungo periodo secondo una relazione strutturale riconducibile ad una ipotesi teorica sui comportamenti degli agenti che nel caso specifico è in sintonia con quanto predice la teoria del reddito permanente.

## 5. Conclusione

In questo lavoro abbiamo sottolineato come i risultati sulla persistenza variano molto a seconda del metodo seguito e delle scelte di carattere discrezionale che vengono adottate in fase di stima. Trovare una risposta conclusiva su quale metodo di stima univariato sia preferibile o quale persistenza sia più plausibile da quelle che abbiamo presentato in questo lavoro per il GDP italiano o il reddito statunitense è una sorta di puzzle.

Quindi, una prima considerazione che scaturisce da questo lavoro è quella secondo cui è assai difficile attraverso l'analisi univariata della persistenza rispondere a domande come quella presente nel titolo del lavoro di Cribaro-Neto (1994): *random walk or just a walk*, o ancora che non è possibile misurare con ragionevole precisione la grandezza del random walk nelle serie, come sembra riconoscere Chiarini (1994) nella nota 9 in cui riporta alcune considerazioni di Cochrane (1988) sulle relazioni tra radici unitarie e persistenza: "...queste relazioni tra radici unitarie e persistenza costituiscono delle approssimazioni la cui accuratezza è difficile da stabilire".

Un modo per uscire da questa ambiguità sembra quello di rivolgere maggiore attenzione a tecniche di stima multivariate, che generalmente danno risultati meno conflittuali sulla dimensione della risposta della serie ad uno shock e anche sull'importanza del trend e del ciclo di un processo. Una spiegazione della maggiore uniformità dei risultati che si ottengono in ambito multivariato può essere legata all'uso di variabili aggiuntive statisticamente correlate alla variabile di cui si vuole indagare l'origine delle fluttuazioni. Queste variabili aggiungendo informazione possono condurre ad una stima più efficiente e in molti casi sono previsori per le fluttuazioni della variabile migliori rispetto al suo semplice passato.

L'approccio multivariato può, inoltre, essere visto anche come un tentativo di superare un altro limite dell'approccio univariato all'analisi della persistenza e della scomposizione trend-ciclo, ovvero le forti assunzioni che devono essere fatte per poter identificare il modello. Queste assunzioni (correlazione tra trend e ciclo e trend uguale ad un random walk) permettono l'identificazione di una particolare scomposizione trend-ciclo tra le infinite possibili sono indispensabili per dare una valenza interpretativa alla misura di persistenza. La persistenza fornisce una indicazione del peso della componente permanente della serie solo se il trend è un random walk, ma un trend random walk è un'ipotesi restrittiva, ad esempio, quando tale random walk viene associato al processo della produttività come nei modelli RBC e rappresenta il trend del GNP. Tale assunzione implica, infatti, che l'impatto totale di una innovazione

tecnologica si concentra nel primo periodo e, quindi, non esiste alcun processo di diffusione graduale dell'innovazione tra imprese e neppure un processo di apprendimento all'interno delle singole imprese che conduca solo dopo un certo periodo di tempo ad internalizzare gli effetti positivi dell'innovazione.

Infine, l'approccio multivariato consente, grazie all'ausilio della teoria economica, di risalire a un modello strutturale dalla stima della sua forma ridotta e in questo modo può essere identificata la natura degli shocks alle variabili, cioè stabilire se le fluttuazioni economiche sono guidate maggiormente da disturbi di domanda o di offerta. Questo tipo di inferenza non è possibile utilizzando l'approccio univariato che rimane un metodo prettamente statistico di indagine del comportamento delle serie. L'unica osservazione di carattere qualitativo, e come avviamo visto abbastanza incerta, che può essere tratta dalla stima di un modello univariato, come quello soggiacente l'analisi della persistenza, è quella di quanto pesa la componente permanente e quanto quella transitoria in una serie e poiché gli shocks che guidano le due componenti sono gli stessi il passaggio che permetta di identificazione la loro natura è di dubbia soluzione. Per cui il passaggio dalla stima di una importante componente di trend nelle serie via analisi della persistenza all'attribuzione delle fluttuazioni a fattori di offerta è del tutto arbitraria.

Quindi, un'ultima considerazione conclusiva che si può trarre è che l'analisi univariata delle fluttuazioni e in particolare l'analisi della persistenza difficilmente potrà fornire una risposta a domande come quella che si pongono Gallegati e Ardeni (1994): *la teoria dei cicli economici reali (RBC) aiuta a spiegare le fluttuazioni?*

## Appendice

### A.1 Persistenza unitaria e random walk

In questa sezione mostreremo che una persistenza stimata uguale ad 1 non necessariamente è associata ad un random walk, mentre è vero il contrario, cioè un random walk implica una persistenza unitaria. Per mostrare questo punto spesso frainteso, consideriamo il seguente MA(2):

$$\Delta y_t = \left(1 + \frac{1}{2}L\right) \left(1 - \frac{1}{3}L\right) \varepsilon_t$$

la persistenza associata a questa rappresentazione a media mobile è:  $b(1) = (1 + 1/2)(1 - 1/3) = 1$ . Quindi una persistenza unitaria in questo caso è generata da un MA(2) e non da un random walk, come spesso viene sostenuto nei lavori empirici che riportano valori della persistenza unitari. In generale, i modelli per  $\Delta y_t$  della classe ARMA(1,1) che danno luogo ad una persistenza unitaria implicano che il processo nei livelli sia un random walk. Infatti, si consideri il generico ARMA(1,1):

$$(1 - aL)\Delta y_t = (1 + bL)\varepsilon_t,$$

una persistenza uguale ad 1 associata a questo processo implica:  $a = -b$  e  $\Delta y_t = \varepsilon_t$ , ovvero che il processo nei livelli è il random walk:  $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ .

### A.2 Persistenza e analisi spettrale

Nel paragrafo 2.1 abbiamo presentato due espressioni equivalenti della misura di persistenza nella sua interpretazione nel dominio frequenziale. L'interpretazione della persistenza in ambito spettrale è motivata dal fatto che un processo stazionario,  $\Delta y_t$ , può essere rappresentato come somma infinita (un integrale) di funzioni periodiche caratterizzate da una ampiezza stocastica e da una fase, ognuna delle quali è definita rispetto ad una frequenza angolare. La somma infinita di queste funzioni periodiche definisce lo spettro del processo, che rappresenta la *scomposizione della varianza del processo rispetto ai contributi spiegati dalle diverse frequenze*.

In particolare, alle basse frequenze, quelle più vicine alla frequenza zero, lo spettro mette in evidenza il contributo delle componenti più regolari del processo. Per questa ragione, lo spettro di processi con realizzazioni regolari è generalmente decrescente dalla frequenza zero in poi. Quindi, uno spettro che si concentra intorno alla frequenza zero descrive un processo "smooth" con forti componenti di lungo periodo. Alle alte frequenze, invece, lo spettro descrive il contributo delle componenti che si alternano di segno, rispetto alla media, assai frequentemente. Per questo, lo spettro di un processo con realizzazioni irregolari è generalmente crescente dalla frequenza zero in poi. Ad esempio, un processo che ha forti componenti stagionali avrà uno spettro concentrato alle alte frequenze, così come un processo destagionalizzato con componenti cicliche importanti avrà uno spettro con un picco a frequenze diverse da zero. Un white noise, invece, che ha tutte le componenti di uguale importanza, ha uno spettro

costante. In altre parole, un processo con realizzazioni erratiche e imprevedibili, poiche' nessuna funzione periodica e' predominante sulle altre, avra' uno spettro piu' o meno parallelo all'asse su cui vengono rappresentate le frequenze angolari.

Appare naturale, quindi, il legame tra le misure di persistenza, espresse come rapporto tra varianze, e l'analisi spettrale, in particolare con l'analisi spettrale fatta alla frequenza zero, dove lo spettro suggerisce l'importanza delle componenti regolari (permanenti) nella serie in termini della loro varianza.

Data questa spiegazione intuitiva, introduciamo alcuni concetti propri dell'analisi spettrale che consentono di evidenziare meglio questo legame. Supponiamo anche che ogni frequenza nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$  contribuisca alla varianza complessiva, cosi' da esprimere la serie come somma infinita di funzioni periodiche. Si puo' dimostrare che le autocovarianze del processo:  $\gamma_k$ , possono essere espresse sotto forma di integrale nel modo seguente:

$$(A.2.1) \gamma_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\lambda k) g(\lambda) d\lambda,$$

dove  $g(\lambda)$ , la funzione di densita' spettrale, che descrive le componenti periodiche della serie. La varianza del processo,  $\gamma_0$ , puo' essere scomposta nel contributo delle varie componenti di frequenza angolare associate alle funzioni periodiche. Dato che il coseno in zero e' uguale ad uno, la varianza totale del processo sara' data da:

$$\text{VAR}(\Delta y_t) = \gamma_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\lambda) d\lambda.$$

Esiste una relazione che permette di passare dalle autocovarianze alla densita' spettrale. Questa relazione puo' essere ottenuta integrando la (A.2.1) (6) e utilizzando la trasformata di Fourier, cosi' da avere che:

$$(A.2.2) g(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\lambda k} = [\gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos \lambda k].$$

La (A.2.2) riassume in se tutte le caratteristiche del processo: varianza totale e covarianze ed evidenzia l'assoluta equivalenza dell'analisi della persistenza fatta nel dominio temporale (attraverso le autocovarianze) con quella fatta nel dominio delle frequenze (attraverso la funzione di densita' spettrale).

Un modo alternativo di scrivere la (A.2.2), che sara' utile per sottolineare l'interpretazione della persistenza nel dominio delle frequenze e':

$$(A.2.3) g(\lambda) = b(e^{-i\lambda}) b(e^{i\lambda}) \sigma_\varepsilon^2 = |b(e^{-i\lambda})|^2 \sigma_\varepsilon^2.$$

Per mostrarne l'equivalenza tra la (A.2.2) e la (A.2.3), svolgiamo il prodotto  $b(e^{-i\lambda}) b(e^{i\lambda}) \sigma_\varepsilon^2$

nella (A.2.3) ottenendo  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^{\infty} b_i b_{i-k} \sigma_\varepsilon^2 \right) (e^{-i\lambda})^k$ . Se il termine  $\left( \sum_{i=0}^{\infty} b_i b_{i-k} \sigma_\varepsilon^2 \right) e^{i\lambda k}$  e' uguale a  $\gamma_k$

l'equivalenza e' dimostrata. Consideriamo la consueta rappresentazione a media mobile del processo

$\Delta y_t$ :

$$\Delta y_t = \alpha + b(L) \varepsilon_t$$

e calcoliamo le autocovarianze,  $\gamma_k$ :

$$\gamma_k = \text{cov}(\Delta y_t, \Delta y_{t-k}) = E[(\Delta y_t - \mu)(\Delta y_{t-k} - \mu)] = E[(\varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots)(\varepsilon_{t-k} + b_1 \varepsilon_{t-k-1})] =$$

$$= E \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-k-j} b_i b_j \right] = \sum_{i,j} b_i b_j E[\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-j}] = \sum_{i=0}^{\infty} b_i b_{i-k} \sigma_\varepsilon^2,$$

dove si intende che  $b_s$  e' nullo per  $s < 0$  e che  $b_0 = 1$ . Il risultato finale di questa sequenza di passaggi e' ottenuto riformulando la penultima espressione rispetto all'indice  $i$ . Per cui risulta, ponendo  $t-i = t-k-j$ , che  $i = k+j$ . Si noti, inoltre, che per  $i = k+j$  abbiamo che  $E(\cdot) = \sigma_\varepsilon^2$ , mentre per  $i \neq k+j$  abbiamo che  $E(\cdot) = 0$ . In questo modo si e' dimostrata l'equivalenza tra le due espressioni sopra.

La (A.2.3) suggerisce immediatamente un legame fra  $b(1)$  e la densita' spettrale alla frequenza zero:

$$g(0) = b(1)^2 \sigma_\varepsilon^2,$$

data questa relazione, e' immediato esprimere le due misure di persistenza in termini di funzione di densita' spettrale. La misura di persistenza  $V_1$  nel paragrafo 2 puo' essere, quindi, riscritta come:

$$(A.2.4) V_1 = \sqrt{\frac{g(0)}{\sigma_\varepsilon^2}},$$

dove la varianza dello shock,  $\sigma_\varepsilon^2$ , non e' altro che la media geometrica dello spettro:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \exp \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log g(\lambda) d\lambda \text{ (formula di Kolmogorov).}$$

La misura di persistenza proposta da Cochrane del paragrafo 2, invece, puo' essere riscritta come:

$$(A.2.5) V_2^2 = \frac{g(0)}{\sigma_{\Delta y}^2},$$

dove la varianza del processo,  $\sigma_{\Delta y}^2$ , e' la media aritmetica dello spettro calcolata rispetto a tutte le frequenze.

### A.3 Ancora sull' equivalenza tra espressioni alternative della persistenza

In letteratura la misura della persistenza dovuta a Cochrane (1988) viene spesso espressa in modo diverso dalla (5) o dalla (9) rispettivamente presentate nei paragrafi 2 e 2.1, cioè come  $\frac{1}{s}$  volte la varianza della differenza s-esima di  $y_t$  sulla varianza di  $\Delta y_t$ , ovvero come:

$$(A.3.1) V_2^2 = \frac{\text{Var}(y_t - y_{t-s})}{s \text{Var}(\Delta y_t)}$$

Cerchiamo di stabilire l'equivalenza tra questo modo di esprimere la misura di persistenza con le misure date dalle equazioni (5) e alla (9) che abbiamo già dimostrato essere equivalenti nel paragrafo 2.1. La differenza s-esima della serie può essere scritta come:  $y_t - y_{t-s} = \Delta y_t + \Delta y_{t-1} + \dots + \Delta y_{t-s}$ . La varianza della differenza s-esima, numeratore della misura di persistenza è:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_t - y_{t-s}) &= \sum_{k=0}^s \gamma_k + \sum_{k=1}^{s-1} \gamma_k + \dots + \sum_{k=s}^0 \gamma_k = \\ &= 2(\gamma_s + 2\gamma_{s-1} + 3\gamma_{s-2} + \dots + s\gamma_1) + s\gamma_0 = s\gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^s (s-k+1)\gamma_k, \end{aligned}$$

prendendo il limite per s che tende all'infinito dell'espressione sopra otteniamo:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(y_t - y_{t-s})}{s} &= \gamma_0 + 2 \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^s \frac{(s-k+1)}{s} \gamma_k = \\ &= \gamma_0 + 2 \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^s \gamma_k - 2 \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^s \frac{k-1}{s} \gamma_k = \gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \end{aligned}$$

Questa espressione è la funzione di densità spettrale alla frequenza zero di  $\Delta y_t$ , come previsto dalla (A.2.2), e costituisce il numeratore della misura di persistenza interpretata in ambito spettrale. Tale numeratore è equivalente, grazie alla (A.2.3), a  $|b(1)|^2 \sigma_\varepsilon^2$  che è anche il numeratore della misura di persistenza di Cochrane di cui alla (5). Quindi, al crescere di s (per essere precisi al tendere di s all'infinito) il rapporto fra le varianze alla (A.3.1) approssima (asintoticamente) la varianza della componente permanente diviso la varianza complessiva della differenza prima della variabile ed esprime una misura del significato della componente permanente suggerendo che la (5), la (A.2.5) e la (A.3.1) sono modi alternativi di esprimere lo stesso concetto di persistenza.

### A.4 Stimatori consistenti dello spettro e discrezionalità delle scelte nell' analisi spettrale della persistenza

Un candidato a svolgere il ruolo di stimatore per lo spettro è il periodogramma,  $I_n(\lambda)$ , in quanto, come viene mostrato in Priestley (1981), il periodogramma è essenzialmente una funzione delle autocovarianze campionarie, così come la funzione di densità spettrale è funzione delle autocovarianze

$$\text{teoriche (A.2.2). Il periodogramma è, quindi, } I_n = \left[ \hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{k=1}^n \hat{\gamma}_k \cos k\lambda \right].$$

Anche se il periodogramma è uno stimatore non distorto della funzione di densità spettrale, la stima dello spettro ottenuta attraverso il periodogramma risulta assai povera e poco utile per due ragioni: 1)  $I_n(\lambda)$  non è uno stimatore consistente della funzione di densità spettrale, nel senso che la  $\text{Var}\{I_n(\lambda)\}$  non tende a zero al tendere all'infinito della numerosità campionaria, n; in altri termini,  $I_n(\lambda)$  non converge a  $g(\lambda)$  in media quadratica. Tale inconsistenza valendo punto a punto coinvolge anche la stima puntuale dello spettro alla frequenza zero, cioè  $I_n(0)$  non converge a  $g(0)$ ; 2) la covarianza fra le stime a due diverse frequenze,  $\text{Cov}\{I_n(\lambda_1), I_n(\lambda_2)\}$ , tende a zero al tendere di n all'infinito, e ciò implica un comportamento erratico e frastagliato del periodogramma rispetto alla funzione di densità spettrale,  $g(\lambda)$ . Infatti, più bassa è la correlazione, più erratico è il comportamento della funzione, o in altre parole meno "smooth" è il suo andamento. Una spiegazione intuitiva che viene data per l'inconsistenza dello stimatore è legata al fatto che è necessario stimare un numero infinito di punti della funzione continua  $g(\lambda)$  da un ammontare finito di dati. In altre parole, poiché il periodogramma include tutte le autocovarianze da zero ad n-1, nelle "code" la funzione delle autocovarianze campionarie è una stima molto povera della corrispondente funzione teorica dato che è ottenuta avendo a disposizione poche osservazioni.

Un modo per ridurre la varianza dello stimatore, rendendolo meno frastagliato, e guadagnare, quindi, in consistenza è quello di ridurre il numero delle autocovarianze da stimare per togliere il peso delle "code" nell'espressione per il periodogramma data sopra. Questo comporta un troncamento del periodogramma in corrispondenza di un valore  $M < n$ , che rappresenta il numero delle autocovarianze (k) con coefficiente non nullo considerate nella stima. Il periodogramma "troncato" fornisce, quindi, una stima della funzione di densità spettrale. Questa procedura è anche detta di apertura di una "finestra" nell'intorno di una data frequenza, attraverso cui stimare il periodogramma rendendone più dolce l'andamento. Chiameremo *lag window*,  $\omega(k)$ , la finestra che apriamo nell'intorno di una data frequenza, che coinvolge un certo numero di autocovarianze con coefficiente non nullo (*window size*) e che avrà una particolare forma a seconda della struttura dei pesi,  $\omega$ , associati a tali autocovarianze.

In letteratura, vengono proposti alcuni stimatori consistenti dello spettro legati al modo con cui pesare le autocovarianze che costituiscono la lag window, così da raggiungere un compromesso fra distorsione e variabilità. Ad esempio, se vengono dati pesi uguali alle autocovarianze fino al lag M siamo



in presenza di una lag window rettangolare, mentre se i pesi sono linearmente decrescenti rispetto al lag M, siamo in presenza di una lag window associata alla stima dello spettro di Bartlett.

Lo stimatore di Bartlett, ma anche quello di Tukey e di Parzen sono tra i più conosciuti e utilizzati in letteratura. Essi differiscono per la struttura di pesi dati alle autocovarianze, cioè per la lag window. Questi stimatori sono tutti consistenti e poiché la letteratura statistica non è arrivata a definire quale di questi sia più efficiente, rimane un margine di discrezionalità legato alla scelta dell'uno o dell'altro. In fase di stima è, quindi, preferibile confrontare i diversi risultati ottenuti con i diversi stimatori e sperare che non differiscano troppo.

Un margine ulteriore di discrezionalità è legato alla scelta del numero di autocovarianze da considerare, ovvero nella scelta di M. Esistono alcune "regole del pollice" che suggeriscono diverse window size a seconda della numerosità campionaria:  $\sqrt{n}$ , oppure confrontare i diversi risultati ottenuti

nell'intervallo  $\frac{n}{5}, \frac{n}{3}$ . Rimane vero che considerare un alto numero di autocovarianze può essere preferibile per catturare la "trend-reversion" della serie, ma in campioni finiti, quando il numero delle autocovarianze approssima la numerosità campionaria, lo stimatore tende a zero implicando una riduzione della potenza della stima. Non vi è, quindi, una regola per determinare il numero ottimale di autocovarianze da considerare. In generale, le stime possono differire a seconda del punto di troncamento scelto, ferma restando la scelta dello stimatore<sup>13</sup>, oppure è possibile ottenere stime puntuali alla frequenza zero assai diverse a seconda dei diversi stimatori utilizzati. Inoltre, anche se le stime risultassero robuste alla scelta del numero di autocovarianze considerate e alla scelta dello stimatore, un'altra debolezza dell'analisi della persistenza fatta in ambito spettrale è data dalla dimensione eccessiva degli errori standard associati alle stime puntuali. Ciò è dovuto al fatto che i risultati di consistenza e non distorsione dello stimatore valgono solo asintoticamente, e, quindi, le stime in piccoli campioni possono essere molto imprecise. In altre parole in piccoli campioni è possibile che non si possa rigettare né l'ipotesi di persistenza uguale a zero, né l'ipotesi di persistenza unitaria.

<sup>13</sup>Sulla sensibilità della stima al numero di autocovarianze considerate si veda Lo e MacKinlay (1989).

## Bibliografia

- Beveridge S.- Nelson C.R. (1981), "A new Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, 7, pp. 151-174.
- Blanchard O.J. (1989), "A Traditional Interpretation of Macroeconomic Fluctuations", *American Economic Review*, 79, pp. 1146-1164.
- \_\_\_\_\_ - Quah D. (1989), "The Dynamic Effects of Aggregate Supply Demand Disturbances", *American Economic Review*, 79, pp. 655-73.
- Campbell J.Y. (1987), "Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of the Permanent Income Hypothesis", *Econometrica*, 55, pp. 1249-73.
- \_\_\_\_\_ - Mankiw N.G. (1987a), "Are Output Fluctuations Transitory?", *Quarterly Journal of Economics*, 102, pp. 857-880.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1987b), "Permanent and Transitory Components in Macroeconomic Fluctuations", *American Economic Review Proceedings*, 77, pp. 111-117.
- \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1989a), "International Evidence on the Persistence of Economic Fluctuations", *Journal of Monetary Economics*, 23, pp. 319-333.
- Chiarini B. (1994), "Trends, effetti permanenti e componenti non stazionarie: uno studio disaggregato del prodotto e dell'occupazione italiana", *Rivista di Politica Economica*, pp. 39-80.
- Christiano L. - Eichenbaum, M. (1990), "Unit Root in Real GNP: Do We Know and Do We Care?", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 32, pp.7-61.
- Clark P.K. (1987), "The Cyclical Component in U.S. Economic Activity", *Quarterly Journal of Economics*, 102, pp. 797-814
- Cochrane J.H. (1988), "How Big is the Random Walk in GNP?", *Journal of Political Economy*, 96, pp. 893-920.
- \_\_\_\_\_ (1990), "Univariate vs. Multivariate Forecasts of GNP and Stock Returns", Working Paper 3427, NBER.
- \_\_\_\_\_ (1994), "Permanent and Transitory Components of GNP and Stock Prices", *Quarterly Journal of Economics*, pp. 241-265.
- Cogley T. (1990), "International Evidence on the Size of the Random Walk in Output", *Journal of Political Economy*, 98, pp. 501-518.
- Cribari-Neto F. (1994), "Canadian Economic Growth: Random Walk or just a Walk?", *Applied Economics*, 26, pp. 437- 444.
- Evans G. (1989), "Output and Unemployment Dynamics in the United States: 1950-1985", *Journal of Applied Econometrics*, 4, pp. 213-237.
- \_\_\_\_\_ - Reichlin L. (1994), "Information, Forecast, and Measurement of the Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, 33, pp. 233-254.

Forni M. (1994), "Consumption Volatility and Income Persistence in Permanent Income Model", *Materiali di Discussione* n. 100, Dipartimento Economia Politica, Università di Modena.

\_\_\_\_\_ - Lippi M. (1995), "Permanent Income, Heterogeneity and the Error Correction Mechanism", *Materiali di Discussione* n. 118, Dipartimento Economia Politica, Università di Modena.

\_\_\_\_\_ - Reichlin L. (1995), "Let's Get Real: A Dynamic Factor Analytical Approach to Disaggregated Business Cycle", Working Paper n. 1244, CEPR.

Gallegati M. - Ardeni P.G. (1994), "Crescita e Fluttuazioni nell' Economia Italiana (1861-1913). Una reinterpretazione", *Politica Economica*, 1, pp. 119-153.

\_\_\_\_\_ - Gallegati M. (1994), "Volatilità e Persistenza delle Fluttuazioni: Un' Analisi di Lungo Periodo di Alcune Serie Individuali di Produzione in Italia: 1890-1985", *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*, 1-3, pp. 81-99.

Hall R. E. (1978), "Stochastic Implications of the Lyfe-Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence", *Journal of Political Economy*, 86, pp. 971-988.

Harvey A. (1985), "Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, pp. 216-227.

King R.G. - Plosser C.I. - Stock J. - Watson M. (1991), "Stochastic Trends and Economic Fluctuations", *American Economic Review*, 81, pp. 819-840.

Lippi M. - Reichlin L. (1991), "Permanent and Transitory Components in Macroeconomics", in N. Thygesen et al. (a cura di) *Business Cycles: Theory, Evidence and Analysis*, MacMillan, pp. 331-367.

\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1992), "On Persistence of Shocks to Economic Variables", *Journal of Monetary Economics*, 29, pp. 87-93.

\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ (1994), "Common and Uncommon Trends and Cycles", *European Economic Review*, pp. 624-635.

Lo A.W. - MacKinley A.C. (1989), "The Size and Power of the Variance Ratio Test in Finite Sample: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Econometrics*, 40, pp. 203-38.

Nelson C. - Plosser C.I. (1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, 10, pp. 139-162.

Pesaran M.H. - Pierse R.G. - Lee K.C. (1993), "Persistence, Cointegration and Aggregation", *Journal of Econometrics*, 56, pp. 57-88.

Perron P. (1988), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series. Further Evidence from a New Approach", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, pp. 297-332.

Pistoresi B. (1994), "Using a VECM to Characterise the Relative Permanent and Transitory Components", *Materiali di Discussione* n. 101, Dipartimento Economia Politica, Università di Modena.

\_\_\_\_\_ (1995), *Trends Stocastici e Fluttuazioni Economiche*, Tesi di Dottorato, Dipartimento Scienze Politiche, Università di Bologna, Febbraio 1995.

Priestley M.B. (1981), *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press Inc.(London) Ltd.

Sargent T.J. (1987), *Macroeconomic Theory*, II Edition, New York, N Y: Academic Press.

Watson M. (1986), "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends", *Journal of Monetary Economics*, 18, pp. 49-75.

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaesi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwin old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaesi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopulista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12

24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56
45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Short Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11
56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18
59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20

68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l'appiattimento' delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Pricate Vices Pubblis Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Conessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34
89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoiesi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoiesi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoiesi [1994] "Using a VECM to characterise the relative impotence of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery form the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoiesi [1995] "Modellin wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38

110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37
111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45
115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21
119. Barbara Pistoiesi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoiesi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32