

\\ 127 \\

**Ciclo economico, modello lineare-stocastico,
forma dello spettro delle variabili macroeconomiche**

di

Antonio Ribba

Gennaio 1996

Università di Modena
Dipartimento di Economia Politica
Viale Berengario, 51
41100 Modena (Italia)
e-mail: ribba@merlino.unimo.it

1. Introduzione¹

A partire dalla fine degli anni 70 è diventato dominante, in macroeconomia dinamica, un approccio basato su equazioni lineari forzate da un disturbo di natura stocastica. Tale approccio risale ai lavori pionieristici di Frisch (1933) e Slutsky (1937) ed è comune tanto ad economisti di ispirazione keynesiana che di nuova macroeconomia classica.

Le fondamentali proprietà di tale modello sono così riassumibili: (1) le fluttuazioni economiche si sviluppano sotto forma di propagazione di impulsi esterni di natura casuale; (2) un modello matematico idoneo a replicare le onde tipiche osservate durante il ciclo è costituito da un processo dinamico lineare forzato da un disturbo stocastico. Il processo deterministico è stabile e questa è anche la implicita visione del sistema economico. In sostanza, ciò significa che in assenza di disturbo esterno il processo converge, in maniera monotona o con oscillazioni, allo stato di equilibrio.

Uno degli scopi di questo lavoro consiste nel rimarcare le differenze che sussistono tra la impostazione alla Slutsky e la impostazione alla Frisch in relazione allo studio del ciclo economico. Tali differenze non sempre vengono adeguatamente sottolineate, tanto è vero che è usuale parlare di un approccio Slutsky-Frisch. Inoltre, l'evidenziare tali differenze consente una più chiara ricostruzione del dibattito contemporaneo sul ciclo economico. Infatti, il filone di ricerca che più direttamente si richiama al lavoro di Slutsky e che è riconducibile ad economisti di nuova scuola classica sottolinea come non sia adeguata una interpretazione dei tipici alti e bassi registrati dalle economie di mercato in termini di fenomeno caratterizzato da effettiva periodicità. (cfr. Lucas, 1977; Kydland e Prescott, 1990). In altri termini, le fluttuazioni sono interpretate come conseguenza dell'accumularsi di shocks casuali serialmente incorrelati, laddove, in assenza di tali shocks, il sistema convergerebbe in maniera monotona verso la posizione di equilibrio di lungo periodo. Viceversa, nei lavori di Frisch è chiaramente sottolineato come una adeguata descrizione dei fenomeni ciclici richieda una ipotesi di oscillazioni smorzate

¹Desidero ringraziare in maniera particolare Marco Lippi. Ho ricevuto utili suggerimenti anche da Barbara Pistoiesi. Vale l'usuale caveat.

nella parte deterministica del modello dinamico. Ciò produce picchi nella densità spettrale delle variabili macroeconomiche a frequenze rilevanti per il ciclo economico e, di conseguenza, consente di ricostruire una misura di periodicità delle fluttuazioni².

E' evidente, allora, come un punto cruciale da indagare sia la questione relativa alla forma dello spettro delle serie economiche. Ciò costituisce, in effetti, un secondo obiettivo del lavoro. Come è noto, almeno a partire dal contributo di Granger (1966), si è generalmente ritenuto che la forma tipica dello spettro mostri potenza concentrata alle basse frequenze ed assenza di picchi a frequenze non nulle. Questa tesi, largamente condivisa, (e.g. Sargent, 1987) viene qui criticata sulla base di due linee di argomentazione: (1) sul piano empirico, si mostra come restringendo l'attenzione agli ultimi 25 anni, e fatta eccezione per serie tradizionalmente più regolari, quali ad esempio il consumo, lo spettro delle variabili macroeconomiche evidenzia picchi pronunciati alle frequenze tipiche del ciclo economico. Si sostiene, in altri termini, che Granger abbia evidenziato un fenomeno (la *typical spectral shape*) storicamente circoscritto al primo ventennio del dopoguerra; (2) su di un piano più strettamente teorico si mostra come l'utilizzo di modelli multivariati possa modificare le conclusioni raggiunte sulla base di uno studio isolato delle singole serie. Vale a dire che prese due serie le quali individualmente abbiano *typical shape* e covariogramma privo di oscillazioni è possibile, a date condizioni, che il covariogramma multivariato, ottenuto dalla stima di un modello del primo ordine, mostri oscillazioni smorzate.

Il lavoro ha la seguente struttura: nelle sezioni 2, 3 e 4 vengono esposte e discusse le posizioni metodologiche di Slutsky e Frisch. In tale ambito si presentano simulazioni riguardanti processi, sia deterministici che stocastici, con illustrazione delle relative proprietà spettrali. Si mostra che sebbene sia usuale fare riferimento ad un approccio Slutsky-Frisch esistono, tuttavia, importanti differenze concettuali tra i due studiosi. La sezione 5 si spinge fino al dibattito contemporaneo, a partire dal

² Di approccio Slutsky-Frisch, senza ulteriori precisazioni, si parla tanto nel testo di macroeconomia avanzata di Blanchard-Fischer (1989, cap. VII), che nel testo di Sargent (1987, cap. X). Una esplicita presa di distanza dall'approccio alla Frisch al ciclo economico è rivendicata da Kydland e Prescott. Si veda anche Plosser (1989).

fondamentale contributo di Granger del 1966. E' esposta la difficoltà nell'individuare adeguate definizioni di ciclo economico in ambito univariato e come si rivelino più efficaci definizioni basate sull'analisi congiunta di una ampia serie di variabili macroeconomiche. La ricerca di adeguate definizioni di ciclo economico impone un approfondimento della nozione di trend, il che viene tentato nella sezione 6. In particolare, è rilevante la distinzione tra processi stazionari intorno ad un trend deterministico e processi caratterizzati dalla presenza di trend stocastici (cfr. Nelson e Plosser, 1982). Le proprietà spettrali associate a processi del tipo Slutsky e del tipo Frisch vengono così reinterpretate alla luce dell'ipotesi di componenti permanenti di natura stocastica. La questione relativa alla forma della densità spettrale delle variabili macroeconomiche ed, in particolare, del prodotto interno lordo viene trattata nelle sezioni 7 e 8. La sezione 9 conclude.

2. Il metodo Slutsky

L'articolo di Slutsky del 1927, pubblicato 10 anni dopo in *Econometrica*, ed un articolo di Frisch del 1933, pubblicato in occasione del *Cassel Festschrift*, costituiscono i riferimenti fondamentali per l'approccio lineare-stocastico. In sintesi: equazioni dinamiche lineari forzate da un fattore stocastico sono in grado di riprodurre l'andamento delle variabili economiche osservate. Slutsky, in particolare, mostra come cicli simili alle fluttuazioni economiche possano essere generati dalla somma di fattori casuali. È noto che una equazione lineare alle differenze del primo ordine non è in grado di generare andamenti oscillatori. Infatti, essendo la equazione caratteristica di grado uno (con una singola radice reale quindi) la variabile evolverà in maniera monotona. Tuttavia, da un punto di vista strettamente tecnico, le tipiche fluttuazioni intorno al trend osservate nelle principali grandezze macroeconomiche possono essere riprodotte da una equazione lineare del primo ordine caratterizzata da una ampia radice autoregressiva e forzata da un disturbo stocastico. Si consideri la seguente equazione:

$$X_t = \beta X_{t-1} + u_t \quad (1)$$

u_t è una variabile casuale che presenta la seguente proprietà: assume il valore $-.05$ se dal lancio di una moneta non truccata si ottiene croce; il valore $.05$ se si ottiene testa. Si osservi che una volta imposta una condizione di stabilità alla parte deterministica del modello, X_t può essere pensata come somma cumulata degli shocks subiti di periodo in periodo. Si assuma $\beta = .95$. Mediante ripetute sostituzioni diventa possibile esprimere X_t in funzione degli shocks presenti e passati:

$$X_t = .95^t X_0 + .95^{t-1} u_1 + .95^{t-2} u_2 + \dots + .95 u_{t-1} + u_t \quad (2)$$

Si osservi che facendo tendere t ad infinito si ha che $.95^t X_0$ tende a zero.

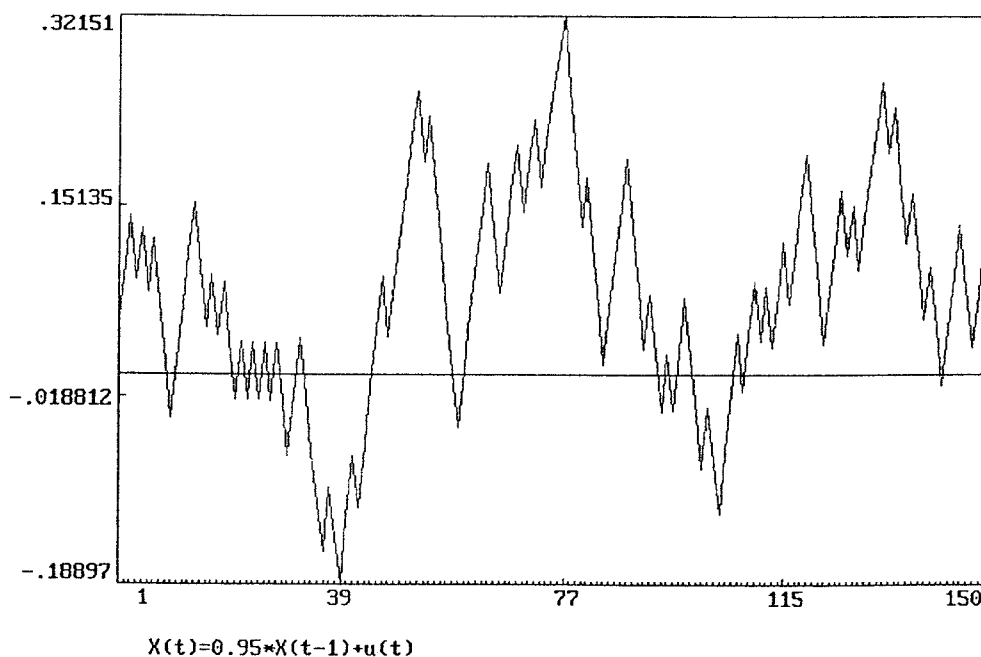
Il processo (2) può essere riscritto in maniera più compatta nella maniera seguente (rappresentazione di Wold):

$$X_t = a(L)u_t \quad (3)$$

Con $a(L) = a_0 + a_1L + a_2L^2 + \dots$ polinomiale di ordine infinito nell'operatore ritardo L . Le seguenti condizioni sono soddisfatte dal modello (3): i) $a(L)$ non ha radici di modulo inferiore ad uno; ii) $a_0 = 1$.

La capacità di generare cicli del metodo Slutsky è evidenziata dalla figura 1 che riproduce il processo simulato. In tal modo Slutsky ha dimostrato che la somma di fattori casuali può essere fonte di processi ciclici o ondulatori. Tuttavia, al pari delle onde che si susseguono nel mare senza ripetersi in maniera perfetta, così le oscillazioni nelle serie economiche generate da processi del tipo (1) non esibiscono uniformità né di periodo, né di ampiezza (cfr. Slutsky, p.105, 1937). In effetti, non si può parlare di ciclo economico in senso stretto in quanto si tratta di fluttuazioni prive di regolarità.

fig 1. Simulazione di un processo del primo ordine ($\beta > 0$)



E' importante sottolineare come sia diventato usuale il riferimento a Slutsky da parte di autori quali Lucas (1977), Kydland e Prescott (1990) ed, in generale, da parte degli economisti della nuova scuola classica. Ad esempio, il seguente passo di Lucas riecheggia chiaramente Slutsky:

"Technically, movements about trend in gross national product in any country can be well described by a stochastically disturbed difference equation of very low order. These movements do not exhibit uniformity of either period or amplitude, which is to say, they do not resemble the deterministic wave motions which sometimes arise in natural sciences". (Lucas, 1977,p.9)

In sostanza, tali autori rifiutano una interpretazione delle economie di mercato come soggette per struttura specifica ad oscillazioni sistematiche e regolari. In altri termini, è rifiutata l'idea che i ricorrenti alti e bassi registrati dalle economie decentralizzate siano interpretabili come generati dalla interazione tra oscillazioni di carattere smorzato, intrinseche al sistema, e disturbi casuali che forniscono l'energia in grado di evitare la tendenza allo smorzamento delle onde. Come si vedrà, un modello in grado di generare oscillazioni smorzate deve essere associato ad una equazione dinamica almeno del secondo ordine. In realtà, non c'è nulla nell'approccio di Slutsky che precluda questa interpretazione del sistema economico e, in ogni caso, questa fu la strada esplicitamente seguita da Frisch nel 1933. Alcune proprietà del processo (1) possono essere ricavate dall'analisi del covariogramma. A tal fine moltiplichiamo ambo i lati della equazione per X_{t-k} e applichiamo l'operatore valore atteso:

$$E(X_t X_{t-k}) = \beta E(X_{t-1} X_{t-k}) + E(X_{t-k} u_t) \quad (4)$$

sul lato sinistro abbiamo la definizione di autocovarianza generica di ritardo k. Il secondo termine sul lato destro è nullo. Indicando con γ la autocovarianza si può allora scrivere:

$$\gamma(k) = \beta \gamma(k-1) \quad (5)$$

Risolvendo all'indietro si ottiene:

$$\gamma(k) = \beta^k \gamma(0) \quad (6)$$

Si osservi che essendo $\beta < 1$ si ha $\gamma(0) > |\gamma(k)|$ per ogni k .

Data una condizione iniziale rappresentata dalla varianza, il covariogramma declina in maniera geometrica. Si noti che $\gamma(k)$ obbedisce alla soluzione della parte non casuale della equazione. Tale andamento del covariogramma è stato tradizionalmente interpretato come indicatore dell'assenza di ciclo in ambito di analisi univariata (cfr. Sargent, 1987, p.279). In sostanza, un andamento oscillatorio è ritenuto condizione necessaria per l'individuazione di cicli nella variabile.

Si possono muovere, tuttavia, alcune obiezioni a questa conclusione. La prima obiezione, sottolineata da Sargent stesso, è che può essere riduttiva una condizione riferita all'analisi di una singola variabile. In sostanza, il ciclo economico è un fenomeno connesso al movimento congiunto di un' ampia serie di variabili macroeconomiche, tanto di natura aggregata che settoriale e, di conseguenza, qualunque definizione o condizione dovrebbe essere riferita a questo più ampio aggregato. La seconda obiezione riguarda invece la possibilità che le serie contengano trend stocastici. Infatti, in tal caso le variabili sono stazionarie in differenza prima e gli shocks hanno carattere di permanenza. Tuttavia, assunto un trend stocastico, l'assenza di oscillazioni nel covariogramma non impone vincoli particolari alla forma della componente ciclica, essendo possibile una infinità di scomposizioni della variabile in una componente di trend (integrato) ed una di ciclo (cfr. Lippi-Reichlin, 1991; Quah, 1992).

3. Analisi spettrale del modello Slutsky

Lo studio del ciclo economico si basa spesso sulla utilizzazione di tecniche spettrali. In generale, le tecniche spettrali si fondano sull'idea che un processo stocastico, stazionario in covarianza, i.e. un processo che ha media, varianza ed autocovarianza indipendenti dal tempo, possa essere pensato come somma potenzialmente infinita di componenti ortogonali associate a frequenze diverse. La funzione di densità spettrale registra allora il peso delle componenti alle diverse frequenze in relazione alla varianza complessiva del processo.

Più formalmente, un processo X_t è stazionario in covarianza se sono soddisfatte le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu && \text{per ogni } t \\ E(X_t - \mu)(X_{t-j} - \mu) &= \gamma(j) && \text{per ogni } t \text{ ed ogni } j \end{aligned}$$

Con $\gamma(j)$ indichiamo la j -esima autocovarianza. Assumiamo, inoltre, che la somma delle autocovarianze, prese in valore assoluto, sia una grandezza finita. Lo spettro è allora interpretabile, sul piano matematico, come la trasformata di Fourier del covariogramma. Indicata la funzione di densità spettrale con $g_X(\lambda)$, $-\pi \leq \lambda \leq \pi$, procediamo con lo studio dello spettro del processo (1). Le generali proprietà spettrali di processi del primo ordine caratterizzati da $\beta > 0$ sono sintetizzati nella seguente proposizione:

Proposizione 1. Un processo del primo ordine, con autocorrelazione positiva, presenta spettro con andamento monotono decrescente ed esibisce picchi in $\lambda = 0$, o, alternativamente, in $\lambda = \pm\pi$.

Prova. Lo spettro di un processo del primo ordine è dato dalla seguente espressione:

$$\begin{aligned} g_X(e^{-i\lambda}) &= (2\pi)^{-1}(1 - \beta e^{-i\lambda})^{-2}\sigma_u^2 && (7) \\ &= (2\pi)^{-1}(1 - 2\beta\cos\lambda + \beta^2)^{-1}\sigma_u^2 \end{aligned}$$

Calcoliamo la derivata prima dello spettro rispetto a λ :

$$dg_x(e^{-i\lambda})/d\lambda = -(1 - 2\beta\cos\lambda + \lambda^2)^{-2}(2\beta\sin\lambda)\sigma_u^2$$

Si osserva che il primo termine in parentesi è positivo ed, inoltre, $\sin\lambda > 0$ tra 0 e π . Ne consegue che la derivata sarà negativa se $\beta > 0$, in tal caso lo spettro decresce da 0 a π al crescere di λ . Quindi, in relazione al processo simulato e, più in generale, per quanto riguarda processi del primo ordine con coefficiente autoregressivo positivo, si ha uno spettro con andamento decrescente e con picco in $\lambda = 0$, oppure in $\lambda = \pm\pi$. Il calcolo delle frequenze associate ai picchi è ovviamente ottenuto osservando che $\sin\lambda = 0$ per $\lambda = 0$, ovvero $\lambda = \pm\pi$. Q.E.D.

E' importante notare che la ripidità dello spettro dipende dalla ampiezza del coefficiente autoregressivo. Di conseguenza, dato il valore prossimo ad 1 di β nel caso del processo (1) si avrà uno spettro piuttosto ripido, con gran parte della potenza concentrata alle basse frequenze. Questa particolare forma dello spettro fu definita da Granger (1966) "typical spectral shape". La ragione di tale definizione risiede nel fatto che, quando sul finire degli anni 60 apparvero le prime analisi empiriche aventi ad oggetto la stima delle densità spettrali, la inaspettata conclusione fu che la grande maggioranza delle variabili macroeconomiche mostravano andamenti compatibili con processi del tipo (1). Occorre dire che l'idea che esista una "typical shape" è tuttora prevalente in macroeconomia ma, come si mostrerà nelle sezioni successive, essa si rivela abbastanza fragile ad una analisi più approfondita.

L'analisi del modello Slutsky può essere completata osservando che processi del primo ordine, con coefficiente autoregressivo di segno positivo, generano una forte persistenza nel tempo degli shocks. In sostanza, i disturbi si annullano solo su orizzonti molto lunghi. In conclusione: il modello prevede fluttuazioni persistenti intorno ad una tendenza di lungo periodo ed, inoltre, tali fluttuazioni sono generate dalla somma di fattori casuali e sono prive di periodicità.

Prima di concludere questa sezione introduciamo una importante nozione tipica

dell'ambito frequenziale. Si tratta del concetto di coerenza tra serie. In termini descrittivi la coerenza misura la proporzione della varianza di una serie che è spiegata, frequenza per frequenza, dalle variazioni in altre serie (cfr. Sargent, 1987,p.269). Si tratta di una misura comparabile, in ambito di dominio temporale, ad un R^2 ed indicativa del comovimento tra le variabili economiche ai diversi orizzonti. E' evidente che se si adotta una nozione di ciclo legata all'analisi congiunta di un ampio numero di variabili, la coerenza diventa una misura estremamente significativa.

Più formalmente, consideriamo due variabili z_t e x_t , con rappresentazione di Wold:

$$z_t = c(L)v_t \quad (9)$$

$$x_t = a(L)u_t \quad (10)$$

Trattandosi di variabili stazionarie in covarianza entrambe possiedono densità spettrale che indichiamo con $g_z(\lambda)$ e $g_x(\lambda)$. Definito lo spettro incrociato come:

$$g_{xz}(\lambda) = c(e^{-i\lambda})a(e^{-i\lambda}) \sigma_{vu} \quad (11)$$

La coerenza tra z_t e x_t frequenza per frequenza è data da:

$$\text{coh}_{xz}(\lambda) = |g_{xz}(\lambda)|^2 / g_x(\lambda)g_z(\lambda) \quad (12)$$

Appare chiaro come la coerenza sia una misura molto interessante del movimento congiunto di due variabili economiche stazionarie.

4. Frisch: impulso e propagazione

Laddove un sistema economico dia luogo ad oscillazioni, osserva Frisch, queste saranno più frequentemente smorzate. Fatto è che i cicli osservati sono in genere "non damped". Il punto fondamentale, allora, consiste nello spiegare il mantenimento delle onde. La struttura dinamica del sistema risolve il problema della propagazione: resta tuttavia irrisolto il problema dell'impulso (cfr. Frisch, 1933, p.197). In sintesi, la proposta metodologica di Frisch è la seguente: disturbi esterni al sistema sono la fonte dell'impulso; tali disturbi vengono trasformati da un meccanismo economico di propagazione in relazioni tra variabili aggregate. Rispetto alla impostazione di Slutsky, cui Lucas si richiama, si sottolinea la importanza della struttura economica nella propagazione degli shocks casuali. In altri termini, si guarda alla economia di mercato come intrinsecamente oscillatoria. In ambito matematico ciò equivale a pensare il sistema come descritto da una equazione alle differenze di secondo ordine con una coppia di radici complesse e caratterizzato da stabilità asintotica. Si consideri il seguente processo deterministico:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} \quad (13)$$

imponiamo ai coefficienti valori idonei a soddisfare condizioni di stabilità e andamento oscillatorio. Si può verificare che la presenza di radici complesse richiede $\beta_2 < 0$. Inoltre, deve essere soddisfatta la seguente condizione: $(\beta_1)^2 < 4\beta_2$. Le oscillazioni saranno smorzate a condizione che $-\beta_2 < 1$. Attribuiamo, quindi, ai due coefficienti i valori di .7 per β_1 e -.5 per β_2 . Il processo mostrerà l'andamento descritto in figura 2.

Tuttavia, a questo punto si ritorna al quesito di Frisch: essendo i cicli osservati non damped, come può essere spiegato il mantenimento delle onde? Da un punto di vista tecnico, la soluzione suggerita da Frisch non è differente dalla strategia di Slutsky. Si ritiene cioè che disturbi esogeni di natura casuale foriscano al sistema l'energia

**figura 2-3 Simulazione relativa a processi del secondo ordine
con una coppia di radici complesse**

fig.2

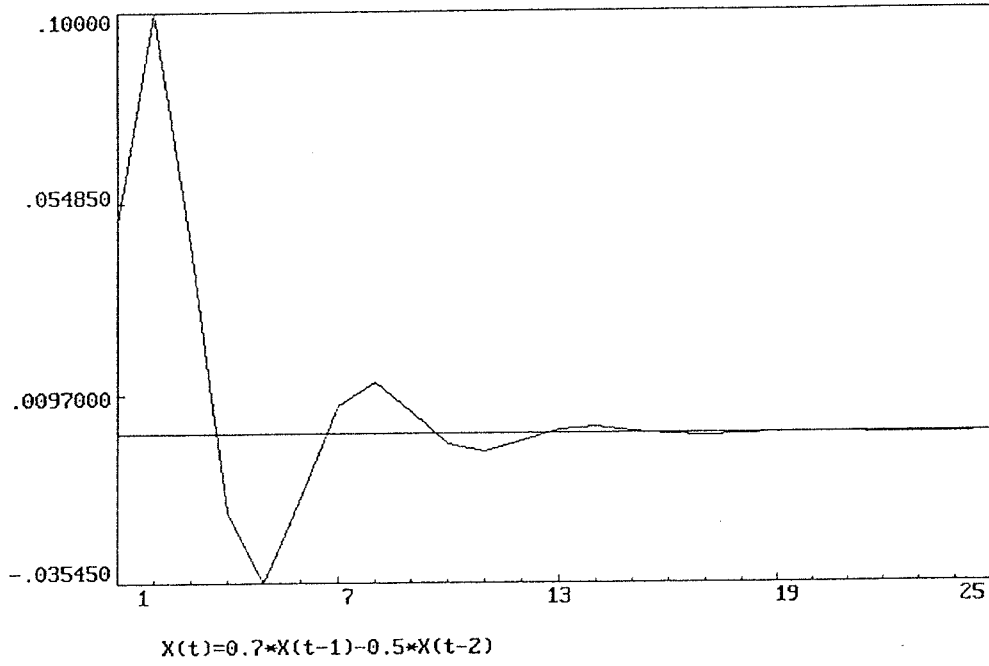
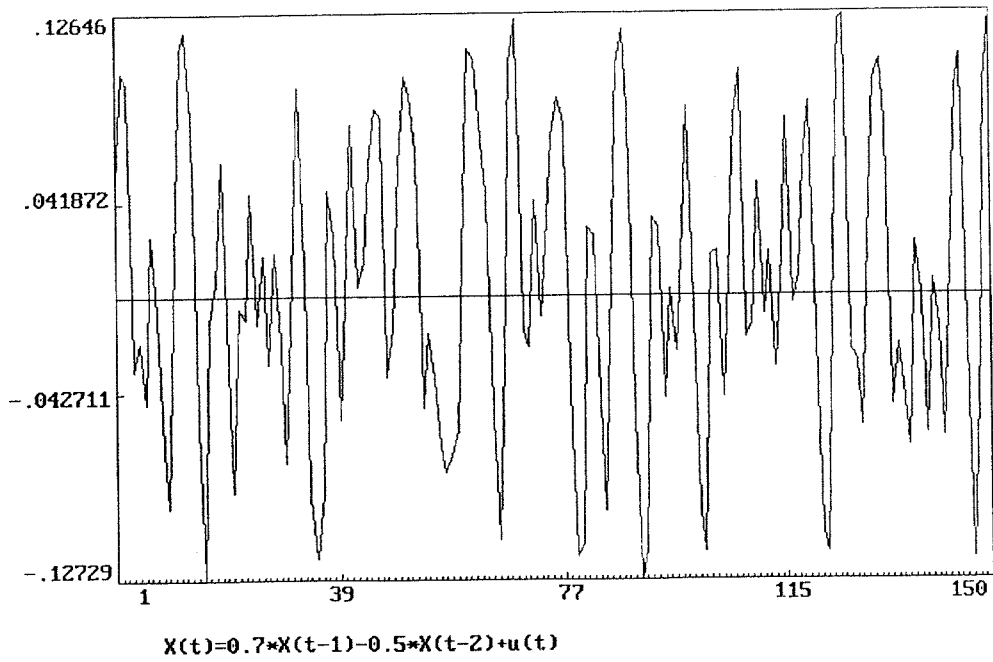


fig.3



idonea a garantire il mantenimento delle onde. Si consideri il seguente passo:

"One way which i believe particularly fruitful and promising is to study what would become of the solution of a determinate dynamic system if it were exposed to a stream of erratic shocks that constantly upset the continuous evolution and by doing so introduces into the system the energy necessary to maintain the swings". (Frisch, 1933,p.197)

Ancora una volta possiamo verificare cosa accade al processo (13) laddove venga forzato da un impulso casuale. Risulta ovviamente confermata la capacità di generare andamenti ondulatori. (figura 3)

Rispetto ad un processo AR(1) la importante differenza risiede nel fatto che le fluttuazioni si manifestano come effetto dell'interagire tra impulsi casuali, esterni al sistema, e proprietà dinamiche, interne al sistema, che descrivono il meccanismo di propagazione. In assenza di shocks il sistema registrerebbe comunque delle fluttuazioni, con la tendenza però a convergere rapidamente ad uno stato di equilibrio. L'analisi del covariogramma rivela un andamento oscillatorio, tuttavia, è interessante indagare le proprietà spettrali del processo. Vale il seguente risultato:

Proposizione 2. Un processo del secondo ordine con una coppia di radici complesse può presentare picchi nella densità spettrale a frequenze diverse da zero. La presenza di tali picchi richiede che sia soddisfatta la condizione: $-1 < -\beta_1(1 - \beta_2)/\beta_2 < 1$

Prova. In generale, per un processo AR(2) lo spettro è dato da:

$$g_x(\lambda) = |1 - \beta_1 e^{-i\lambda} - \beta_2 e^{-2i\lambda}|^{-2} \sigma_u^2 \quad (14)$$

Lo studio della derivata prima rivela che l'espressione si annulla in $(0, \pi)$ per:

$$\beta_1(1 - \beta_2) + 4\beta_2 \cos\lambda = 0 \quad (15)$$

Inoltre, dallo studio della derivata seconda si verifica che lo spettro avrà un picco laddove $\beta_2 < 0$, avrà invece un buco (trough) se $\beta_2 > 0$. Osserviamo che la 15 si annulla per:

$$\lambda = \cos^{-1}(-\beta_1(1-\beta_2)/4\beta_2) \quad (16)$$

Tuttavia, poichè $\cos|x| \leq 1$ in $(0, \pi)$ segue che deve essere soddisfatta la condizione:

$$-1 < -\beta_1(1-\beta_2)/4\beta_2 < 1$$

Q.E.D.

Si può facilmente verificare che la condizione per la presenza di picchi è soddisfatta dal modello simulato. Utilizzando la relazione (16) si verifica come il processo (13), forzato da un disturbo stocastico, mostrerà un picco nella densità spettrale alla frequenza 1.018. Ciò corrisponde ad un ciclo con periodo di circa sei anni.

Possiamo a questo punto tirare alcune conclusioni. E' del tutto corretto parlare di un approccio Slutsky-Frisch all'analisi del ciclo economico in quanto è comune, ai due autori, la cornice metodologica basata sulla distinzione tra impulso e propagazione, e sull'utilizzo di modelli dinamici lineari con forcing term di natura stocastica. Tuttavia, non vanno oscurate le profonde differenze per quanto attiene alla visione del funzionamento della economia capitalistica. E', infatti, possibile affermare che in Frisch si ha una interpretazione del sistema economico come soggetto a crisi ricorrenti e regolari. Ciò si traduce nell'idea che le variabili macro, ed in particolar modo il prodotto interno lordo, debbano caratterizzarsi per la presenza di picchi nella densità spettrale alle frequenze tipiche del ciclo economico. Dal punto di vista della interpretazione alla Slutsky, invece, si guarda alle economie di mercato come soggette a crescita piuttosto regolare con fluttuazioni ricorrenti, ma non periodiche, intorno alla tendenza di lungo periodo. Il che si traduce nella duplice tesi che la densità spettrale sia priva di picchi, se non in zero, e che gli shocks abbiano carattere di forte persistenza.

5. La "typical spectral shape" e possibili definizioni di ciclo economico

Come sottolineato da Sargent (1987) un picco alla frequenza zero corrisponde ad un ciclo di periodicità infinita che, in quanto inosservabile, equivale alla assenza di ciclo. In realtà, un processo del tipo (1) potrebbe avere picchi anche in $\lambda = \pi$, tuttavia, con dati trimestrali ciò equivarrebbe alla presenza di cicli con periodo di due trimestri. Tradizionalmente, un ciclo breve è invece identificato in lunghezze tra i due e i quattro anni, laddove cicli più lunghi hanno periodo di otto-dieci anni.

La forma dello spettro relativa al processo (1) pare comune a molte variabile macroeconomiche. Questa caratteristica fu sottolineata da Granger in un articolo pubblicato in *Econometrica* nel 1966. Granger definì tale forma dello spettro "typical spectral shape". In generale, il fatto che bassi valori di λ siano relativamente più importanti nel comporre la varianza della serie potrebbe essere associato alla presenza di trend. Così, la typical shape potrebbe dipendere da una cattiva detrendizzazione. Si noti, ad esempio, che man mano che β tende ad uno il picco alla frequenza zero tende ad infinito. In particolare, assumendo $\beta = 1$ il processo diventa un random walk. In tal caso, la variabile è stazionaria in differenza prima con spettro non nullo in $\lambda = 0$. Inoltre, laddove si identificasse erroneamente il trend con un processo deterministico, ne scaturirebbe un residuo non stazionario il quale mostrerebbe typical spectral shape.

Tuttavia, il fenomeno della typical shape si osserva spesso anche nelle variabili di cui sia presa la differenza prima. Granger osserva che tale risultato implica una relativa sterilità delle indagini sul ciclo economico basate su analisi univariate e sottolinea di converso la maggiore efficacia di analisi cross-spetttrali. Come sostenuto da Burns e Mitchell in una ricerca pubblicata nel 1947, il ciclo economico si manifesta essenzialmente nella concomitante presenza di 2 fenomeni: (1) le variabili, prese singolarmente ed una volta detrendizzate, mostrano elevata persistenza (ovvero, in termini econometrici, presentano autocorrelazione positiva); (2) una ampia serie di variabili macroeconomiche mostra una elevata "conformità". Possiamo tradurre la nozione di conformità sia con il concetto

di comovimento utilizzato da Lucas e Prescott sia, in termini più rigorosi, con il concetto spettrale di coerenza tra serie. Poichè la coerenza si riferisce a grandezze stazionarie, si rivela particolarmente idonea come misura del movimento congiunto delle componenti cicliche delle serie. Si deve sottolineare come movimenti comuni possano riferirsi sia a componenti con frequenza minore o uguale $2\pi/n$, ovvero componenti che hanno lunghezza uguale o maggiore della serie, e che quindi evidenziano la presenza di relazioni di lungo periodo, oppure movimenti comuni a frequenze più alte, tipicamente associate al ciclo economico. Così, una prima definizione di ciclo economico in parte idonea a soddisfare i criteri suggeriti da Burns e Mitchell nonché da Granger è la seguente:

"The business cycle is the phenomenon of a number of important economic aggregates (such as gnp, unemployment, and layoffs) being characterized by high pairwise coherence at the low business cycle frequencies, the same frequencies at which most aggregates have most of their power if they have typical spectral shape. (Sargent,1987,p.289)

La definizione di Sargent appare rigorosa, sia per quanto attiene alla necessità di analizzare il comportamento congiunto di una molteplicità di variabili aggregate, sia in quanto definisce una versione forte di movimento comune delle componenti cicliche basata sulla coerenza alle frequenze tipiche del ciclo economico. Si possono, tuttavia, individuare due limiti della definizione: i) abbiamo una definizione di ciclo ma non una definizione di trend. Rimanendo in ambito tradizionale, vale a dire mantenendo ipotesi di processi stazionari intorno ad un trend deterministico, tale problema non si pone in quanto tutta la variabilità della serie è attribuita alla componente residuale. Non appena, però, si introduce la ipotesi che le componenti di lungo periodo abbiano natura stocastica sorge il problema della identificazione delle 2 componenti in cui idealmente scindiamo la serie (i.e. trend e ciclo);

ii) la definizione assume esplicitamente la ipotesi di typical spectral shape. In realtà, non appare convincente la tesi che gli spettri abbiano la forma tipica dei processi alla Slutsky.

6. Trend stocastici e trend deterministici

Una caratteristica evidente delle variabili macroeconomiche ed, in particolare, del prodotto aggregato è una tendenza (trend) alla crescita di lungo periodo. Così il prodotto italiano, in termini reali, misurato nel 1965 è doppio rispetto ai livelli del 1950 ma, misurato nel 1985 è doppio anche rispetto ai livelli del 1965. Naturalmente, tale crescita è lungi dall'essere regolare ed, infatti, tutti i sistemi economici basati sulla libera iniziativa imprenditoriale sperimentano periodi di crescita anormalmente elevata alternati a periodi di crescita anormalmente bassa.

L'analisi tradizionale del ciclo economico è basata su una ipotesi di dicotomia tra fenomeni di lungo periodo e fenomeni ciclici. Sul piano della rappresentazione della componente di lungo periodo ciò si traduce nella ipotesi di un trend deterministico, generalmente una funzione elementare (lineare) del tempo. Il ciclo è, di conseguenza, pensato come un processo ARMA stazionario sovrapposto a tale tendenza. Tutta la variabilità della serie è, quindi, attribuita alla componente ciclica sebbene, come visto, ciò non implichi necessariamente picchi nella densità spettrale alle frequenze medio-alte. E' da sottolineare come tale impostazione rimanga dominante fino all'inizio degli anni 80. La si ritrova, ad esempio, in Lucas (1973), Sargent-Sims (1977), così come nel lavoro di Blanchard-Watson (1986). Il che dimostra come tra le scuole si abbiano differenze interpretative riguardo la spiegazione delle fluttuazioni ma, d'altro canto, non sussistano differenze riguardo la rappresentazione econometrica del trend.

Il quadro cambia radicalmente al principio degli anni 80. Il riferimento obbligato è al lavoro di Nelson e Plosser (1982), i quali traggono le implicazioni per l'analisi del ciclo economico delle ricerche condotte sui cosiddetti test di radice unitaria applicati alle serie non stazionarie (cfr. Dickey-Fuller, 1981). La tesi di Nelson e Plosser è che le variabili macroeconomiche, con rare eccezioni, siano rappresentabili come processi Difference Stationary (DS), ovvero siano processi che possiedono rappresentazione di Wold in differenza prima con spettri non nulli alla frequenza zero. In altri termini, la rappresentazione tradizionale che essi definiscono Trend-Stationary (TS), caratterizzata

da una fluttuazione di varianza costante intorno ad un trend deterministico non è sostenuta dai dati ed induce risultati distorti per quanto concerne il peso relativo della componente ciclica. Il lavoro di Nelson e Plosser ha stimolato una notevole mole di studi³ incentrati essenzialmente sui tre quesiti seguenti: (i) qual è la corretta rappresentazione del trend ? (ii) quali relazioni sussistono tra la componente permanente e la transitoria alle frequenze non nulle? (iii) quanto pesano, in termini relativi, trend e ciclo nel comporre la varianza della serie?

Al fine di mostrare, in maniera più formale, le proprietà delle serie TS e DS partiamo dall'osservazione che entrambe sono stazionarie in differenza prima. Vale a dire che possiedono rappresentazione:

$$\Delta x_t = \rho + a(L)u_t \quad (17)$$

E' possibile dimostrare che x_t è DS se $a(1) \neq 0$, se invece $a(1) = 0$ allora x_t è TS. Ciò può essere facilmente verificato scrivendo nella rappresentazione in livelli un processo Trend-Stationary:

$$x_t = \gamma + \rho t + b(L)u_t \quad (18)$$

L'equazione dinamica relativa ad x_{t-1} è data da:

$$x_{t-1} = \gamma + \rho(t-1) + b(L)u_{t-1} \quad (19)$$

Si può quindi scrivere:

$$\Delta x_t = \rho + (1-L)b(L)u_t \quad (20)$$

³ Ampie rassegne sono presentate in Stock e Watson (1988) e Lippi-Reichlin (1991). Questi lavori fanno riferimento soprattutto a lavori in ambito univariato i quali hanno caratterizzato la prima fase della ricerca sulle scomposizioni in trend e ciclo delle serie macroeconomiche. Un recente articolo di Cochrane (1995) contiene un'ampia serie di risultati ottenuti con modelli multivariati. Generalmente, i modelli multivariati hanno mostrato una forte presenza di componenti cicliche. Viceversa, i risultati relativi a modelli univariati sono piuttosto contrastanti. La sensibilità dei risultati alla specificazione dinamica del trend ed alle ipotesi relative alle interrelazioni tra ciclo e trend è mostrata in Canova (1991).

ovvero $a(L) = (1-L)b(L)$ e, di conseguenza, $a(1) = 0$.

D'altro canto, se x_t è un processo stocastico caratterizzato da una radice unitaria, allora la differenza prima rimuove la non stazionarietà senza introdurre una radice unitaria nella rappresentazione a media mobile, i.e. per un processo DS si ha $a(1) \neq 0$. Una interessante implicazione riguarda la densità spettrale alla frequenza zero dei processi DS e TS. Infatti, poichè $g_{\Delta x}(0) = a(1)^2 \sigma_u^2$, ne deriva che la differenza prima di un processo TS ha spettro nullo alla frequenza zero, laddove per un processo DS lo spettro è non nullo alla medesima frequenza⁴.

Successivamente all'articolo di Nelson e Plosser si è sviluppato un intenso filone di ricerca sulla questione della scomposizione delle serie macroeconomiche in componenti permanente e transitoria. La ragione di tale sviluppo risiede nel fatto che l'ipotesi di trend stocastico impone che tutta la variabilità della serie alla frequenza zero sia attribuita alla componente permanente e, tuttavia, questa è l'unica restrizione desumibile dal modello. Esistono, quindi, infinite scomposizioni trend-ciclo ed, inoltre, ad ognuna di queste è associato un diverso peso relativo delle componenti.

Scriviamo i processi che governano trend e ciclo nelle rispettive rappresentazioni di Wold:

$$\Delta T_t = \mu + B(L)u_t \quad (21)$$

$$C_t = \phi(L)\varepsilon_t \quad (22)$$

Inoltre, si ha:

$$\Delta x_t = \Delta T_t + \Delta C_t \quad (23)$$

La (23) implica la seguente espressione per lo spettro di Δx_t :

$$g_{\Delta x}(\lambda) = |B e^{-i\lambda}|^2 \sigma_u^2 + |(1 - e^{-i\lambda}) \phi e^{-i\lambda}|^2 \sigma_\varepsilon^2 + |B e^{-i\lambda} (1 - e^{-i\lambda}) \phi e^{-i\lambda}| \sigma_{u\varepsilon} \quad (24)$$

⁴Molti lavori hanno tuttavia sottolineato la pratica difficoltà di discriminare tra processi TS e DS sulla base di campioni con numero finito di osservazioni. Particolarmente incisive sono, al riguardo, le tesi sostenute in Christiano ed Eichenbaum (1990). Una rassegna di risultati è presentata in Campbell-Perron (1991). Gli autori evidenziano il problema della cosiddetta equivalenza osservazionale tra i due processi. In sostanza, le strutture di autocorrelazione possono, a volte, essere indistinguibili. Ad ogni modo, la grande maggioranza delle ricerche sul ciclo ha assunto, negli ultimi 10 anni, una rappresentazione difference stationary per le variabili macroeconomiche.

Di conseguenza in $\lambda = 0$ si ha:

$$g_{\Delta x}(0) = |B(1)|^2 \sigma_u^2 = g_{\Delta T}(0) \quad (25)$$

Ciò è diretta conseguenza del fatto che il ciclo è, per costruzione, una variabile stazionaria in covarianza. La (25) contiene un risultato piuttosto importante: qualunque sia la scomposizione adottata, lo spettro del trend e quello della serie sono uguali alla frequenza zero e questa è, appunto, l'unica restrizione associata alla ipotesi che la componente permanente abbia natura stocastica.

Appare chiaro come la questione relativa alla forma dello spettro delle variabili macroeconomiche sia inestricabilmente legata, da un lato alla questione della forma dinamica del trend e, dall'altro, alla ipotesi relativa alle interrelazioni che sussistono tra trend e ciclo alle frequenze diverse dalla nulla. A tal proposito è bene osservare che trattando dei processi alla Slutsky (nonchè dei processi alla Frisch) abbiamo implicitamente lasciato sullo sfondo il problema di rappresentazione del trend. Tuttavia, laddove le serie macroeconomiche esibissero una radice unitaria, le densità spettrali dovrebbero essere riferite alla differenza prima piuttosto che ai livelli delle variabili (eventualmente detrendizzati mediante regressioni contro il tempo).

La proposizione 1 mostra come spettri con andamento monotono decrescente siano generalmente associati a processi del primo ordine con coefficiente autoregressivo di segno positivo. Nel caso si tratti di un processo DS è facile verificare come ciò implichi $a(1) > 1$. In altri termini, se un processo ha spettro alla Slutsky la somma degli infiniti coefficienti associati alla rappresentazione di Wold è maggiore dell'unità e quindi gli shocks hanno carattere di persistenza. D'altro canto lo spettro alla Frisch non vincola la grandezza di $a(1)$. Vale a dire che lo spettro di un processo DS con picchi nella densità spettrale a frequenze non nulle può mostrare, indifferentemente, $a(1) > 1$ oppure $a(1) < 1$. Tale proprietà è evidenziata dalle figure 4 e 5.

Nel caso Δx_t mostri picchi a frequenze medio-basse la questione cruciale diventa se essi siano attribuibili alla componente di trend ovvero alla ciclica. Si tratta, chiaramente, di

questione priva di senso all'interno della rappresentazione tradizionale. Di conseguenza, ai fini di una definizione di ciclo occorre chiarire due distinti problemi: (1) quale forma ha la densità spettrale delle variabili macro? (2) quale forma caratterizza lo spettro del trend ?

fig.4

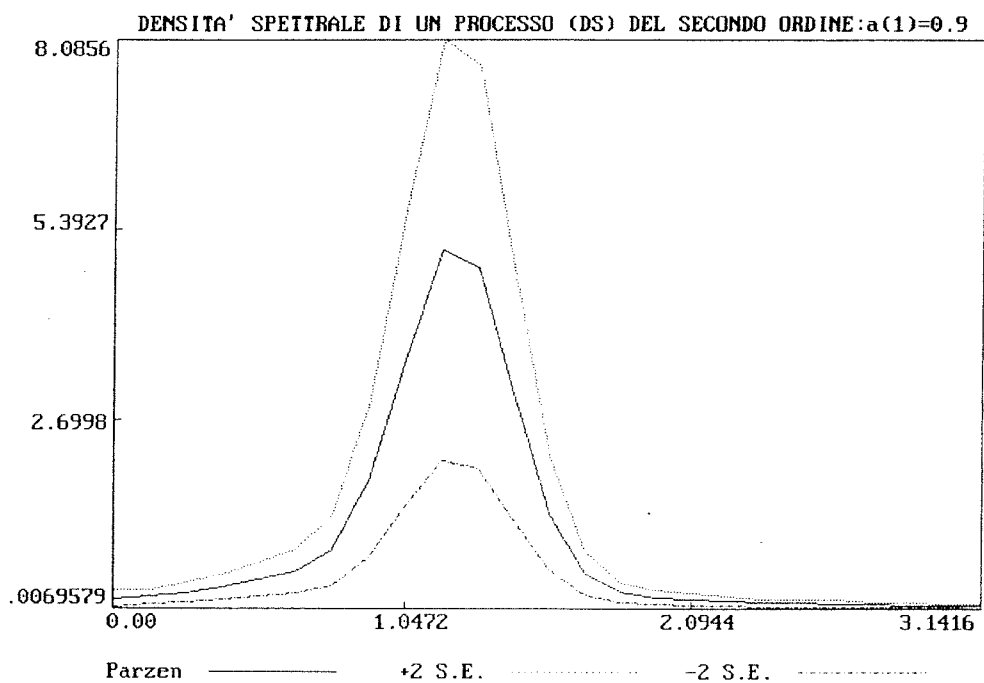
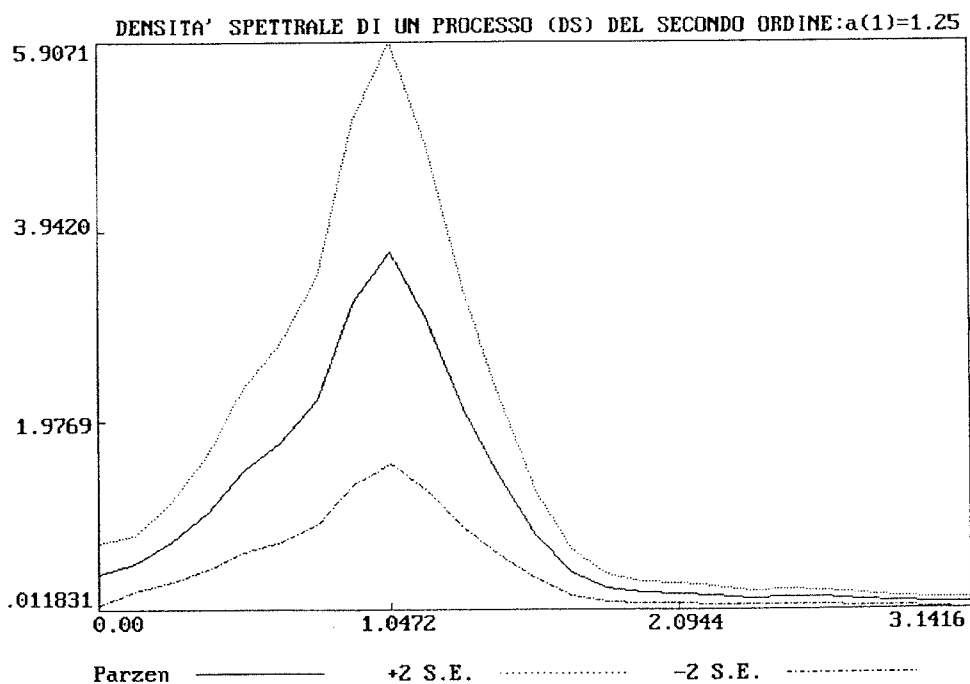


fig. 5



7. Hanno le variabili macroeconomiche typical spectral shape?

Quale sia la forma dello spettro delle variabili macroeconomiche ed in particolare del prodotto interno lordo è questione tuttora aperta. E' però possibile avanzare la seguente ipotesi: la typical spectral shape è un fenomeno circoscritto ad un preciso periodo storico delle economie di mercato. Più precisamente, al periodo che va dal secondo dopoguerra alla fine degli anni 60. Infatti, in tale periodo si registra una crescita sostenuta e regolare delle economie miste occidentali, economie in cui, perlomeno in questa fase e sotto l'influsso delle teorie keynesiane, la libertà d'impresa si integra con un intervento dello Stato esplicitamente volto a mitigare gli effetti avversi del ciclo economico e, più in generale, a garantire livelli minimi di vita ai soggetti meno abbienti. In effetti, parlare di ciclo economico in relazione a questo periodo appare impresa ardua se si considera che, ad esempio, l'economia italiana registra tra il 1950 ed il 1970 una crescita media del prodotto aggregato per anno del 5% ed inoltre, non si ha mai un segno negativo del tasso di crescita fino al 1975. Tuttavia, il quadro macroeconomico cambia considerevolmente a partire dagli anni 70 in concomitanza con la doppia crisi petrolifera del 1973 e del 1979 e con la fine del sistema di relazioni economiche internazionali stabilito nel 1944 alla conferenza di Bretton Woods. Così, nel periodo 1970-1993 la crescita media si riduce a meno della metà (2% circa) rispetto al primo dopoguerra. Inoltre, in ben due anni (nel 1975 e nel 1993) si registrano tassi di crescita negativi e, più in generale, si ha un incremento della volatilità registrata nelle economie di mercato.

La congettura che la typical shape sia un fenomeno storicamente circoscritto trova conferma in una stima degli spettri che distingue nettamente i due periodi. In figura 6 sono riportati gli spettri relativi al periodo 1951-1992 per i tassi di crescita annuali di 6 variabili macroeconomiche italiane. Il prodotto interno lordo, i valori aggiunti settoriali di industria, servizi e settore pubblico, nonché consumo di beni durevoli e investimenti fissi lordi. Tutte le variabili mostrano spettro alla Slutsky, vale a dire spettro con potenza concentrata alle basse frequenze e priva di picchi a frequenze non nulle. Apparentemente

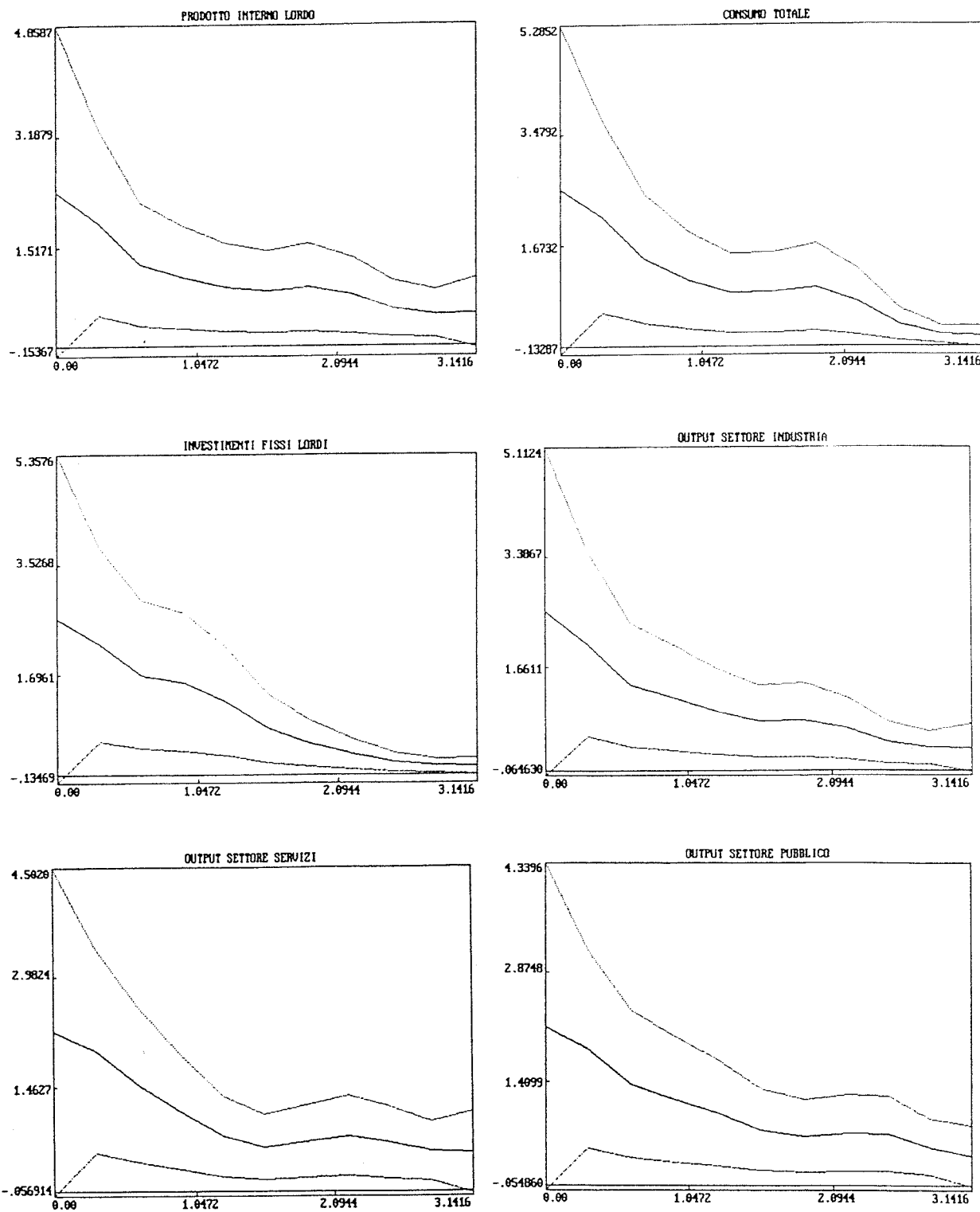
ciò è in linea con i risultati di Granger e le affermazioni di Sargent. Tuttavia, si consideri ora isolatamente il periodo 1970-1993, le stime degli spettri sono riportate in figura 7 per dati trimestrali⁵. Il quadro che emerge è piuttosto differente: solo gli spettri del tasso di crescita del consumo e del valore aggiunto del settore pubblico conservano la typical shape, laddove gli spettri dell'output aggregato, degli investimenti fissi e dell'output relativo ad industria e servizi mostrano un picco pronunciato alla frequenza .60. Ciò equivale a stabilire la presenza di cicli intorno ai tre anni per il periodo in questione. La conclusione è che, perlomeno negli ultimi 25 anni (periodo comunque non piccolo), gli spettri di gran parte delle variabili macroeconomiche mostrano forma alla Frisch.

E' importante sottolineare come la rilevanza della forma della densità spettrale non sia limitata alla analisi del ciclo economico. Si pensi, ad esempio, alla molto dibattuta questione della eccessiva "smoothness" del consumo rispetto al reddito (cfr. Campbell e Deaton, 1989). In estrema sintesi, il punto è il seguente: la teoria del reddito permanente predice, sotto particolari ipotesi, che il consumo sia un random walk. Inoltre, laddove il reddito corrente totale sia un processo $I(1)$ ed esibisca typical shape nella differenza prima, si deve avere che il reddito permanente (ovvero il consumo) mostra una maggiore volatilità del reddito corrente. Il fatto che le indagini empiriche mostrino un consumo smooth rispetto al reddito è stato così considerato una sorta di puzzle. E' evidente, però, che se si accetta la tesi che la differenza prima del reddito corrente ha spettro alla Frisch non c'è ragione perchè il consumo debba essere più disturbato. Infatti, poichè l'area sottesa dallo spettro del consumo è un rettangolo, ed è inoltre possibile dimostrare che i due spettri sono uguali in $\lambda=0$, si ha che laddove lo spettro del reddito abbia un picco a frequenza non nulla ci deve essere almeno un tratto in cui l'area racchiusa da tale spettro è più ampia rispetto all'area sottesa dallo spettro del consumo.

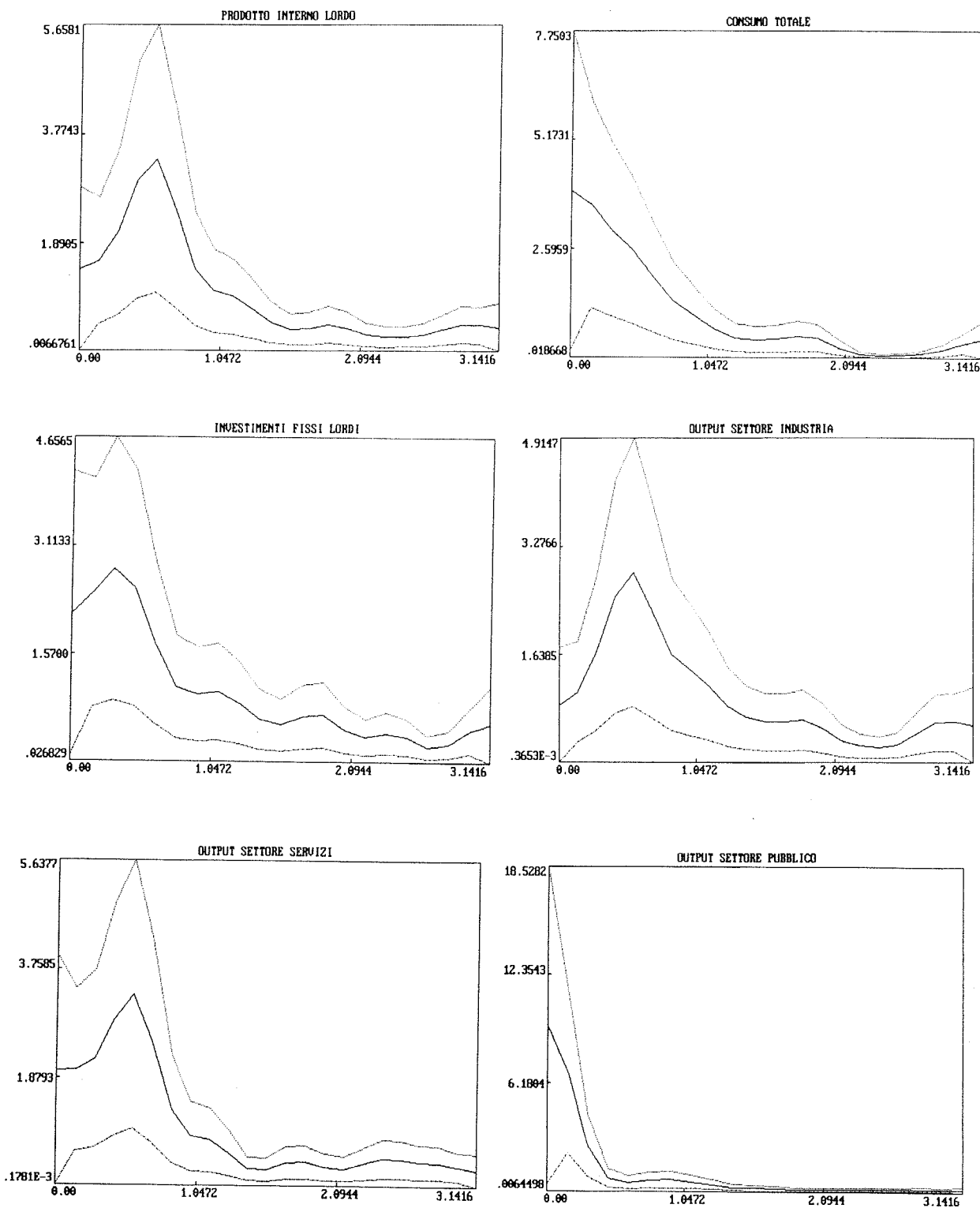
In conclusione, ferme restando altre ragioni di rigetto della teoria, la smoothness del consumo non è una implicazione della Permanent Income Theory, quanto piuttosto della ipotesi che lo spettro del reddito in differenze abbia typical shape.

⁵ Si tratta di serie valutate a prezzi costanti 1985. Per il periodo 1951-1992 si è fatto riferimento alla ricostruzione dei dati di contabilità nazionale pubblicata in Rossi et alii (1993). Per il periodo 1970-1993 si sono utilizzati dati Istat.

figura 6 Spettro della differenza prima di variabili macroeconomiche:1951-1992 dati annuali. Le linee tratteggiate indicano gli errori standard. (Parzen window)



**figura 7 Spettro della differenza prima di variabili macroeconomiche:1970-1993
dati trimestrali. Le linee tratteggiate indicano gli errori standard. (Parzen window)**



8. Ancora sulla typical spectral shape

La definizione di Sargent di ciclo economico fa riferimento alla nozione di coerenza tra serie alle basse frequenze. Tuttavia, è implicita l'idea di considerare le serie singolarmente per quanto attiene alla stima dello spettro e, successivamente, valutare coppia per coppia l'ampiezza del movimento congiunto mediante la misura di coerenza. In genere, tali stime vengono effettuate con metodi non parametrici, vale a dire non riposano sulla selezione di un preciso modello econometrico. In un certo senso, questo è un punto di forza di tali metodi in quanto viene in tal modo evitata la componente soggettiva insita nella selezione di un qualunque modello parametrico. Occorre però osservare che, almeno a partire dall'importante articolo di Sims (1980), si è diffuso in macroeconometria l'uso di modelli VAR (vector autoregressive), ovvero modelli in cui un insieme di variabili è regredito su tutte le variabili ritardate prese congiuntamente e che possono essere interpretati come generalizzazioni multivariate dei processi (1) e (13). Ai fini dell'indagine sul ciclo economico tali modelli appaiono più adeguati, coerentemente peraltro, con le definizioni considerate in precedenza. Ci si può allora chiedere quali risultati si ottengano laddove le stime di spettri e coerenza siano basate sui coefficienti stimati con modelli multivariati. In effetti, in ambito VAR possono emergere picchi nella densità spettrale a frequenze diverse da zero, oppure oscillazioni nel covariogramma, perfino utilizzando un semplice modello bivariato di ordine 1. In questa sede ci limitiamo all'analisi multivariata del covariogramma, sebbene sia evidente come i risultati si estendano facilmente allo spettro multivariato.

Si consideri, a tal fine, un vettore $Z_t = (X_t \ Y_t)'$ e si ipotizzi di aver stimato spettri univariati alla Slutsky. Inoltre, si assuma il seguente modello VAR di ordine 1 quale processo generatore dei dati per il vettore Z_t :

$$X_t = \alpha X_{t-1} + \gamma Y_{t-1} + e_{1t} \quad (26)$$

$$Y_t = \rho X_{t-1} + \beta Y_{t-1} + e_{2t} \quad (27)$$

Con $e_t = (e_{1t} \ e_{2t})'$ indichiamo il vettore 2×1 di disturbi casuali che assumiamo di media nulla, matrice di covarianza Ω ed identicamente ed indipendentemente distribuiti. Indicando con A la matrice 2×2 dei coefficienti possiamo riscrivere il modello in forma compatta come:

$$Z_t = AZ_{t-1} + e_t \quad (28)$$

Assumiamo soddisfatte le condizioni di stabilità della parte deterministica del modello le quali garantiscono al contempo la stazionarietà del processo stocastico bivariato. Applicando lo stesso procedimento svolto in ambito univariato è possibile ottenere la versione multivariata del covariogramma :

$$\Gamma(k) = A^k \Gamma(0) \quad (29)$$

Con $\Gamma(k) = E(Z_{t+k} Z_t')$, matrice di covariogramma.

Ancora una volta si verifica come la presenza o meno di oscillazioni dipenda unicamente dalla parte deterministica del modello. Tuttavia, il modello non esibisce più una unica radice, essendo A una matrice 2×2 . Le condizioni affinché il covariogramma dispieghi oscillazioni coincidono con le condizioni alle quali le radici della equazione caratteristica siano complesse. Si osservi che A è un operatore lineare in R^2 . Ipotizzando possieda 2 autovalori distinti, si ha che esiste una matrice P , invertibile e di ordine 2×2 tale che:

$$A^k = P \Lambda^k P^{-1}$$

dove le colonne di P sono gli autovettori di A e Λ è una matrice diagonale che contiene gli autovalori di A . Ciò consente di riscrivere il covariogramma come:

$$\Gamma(k) = P \Lambda^k P^{-1} \Gamma(0) \quad (30)$$

Stabiliamo ora le condizioni per la presenza di autovalori complessi. Condizione necessaria è che il determinante di A sia negativo, ovvero che $\alpha\beta < \rho\gamma$, inoltre si otterrà discriminante negativo (quindi autovalori complessi) se la seguente condizione è soddisfatta:

$$(\alpha + \beta)^2 < 4(\alpha\beta - \rho\gamma) \quad (31)$$

In conclusione, anche con un VAR bivariato di ordine 1 è possibile, in linea teorica, ottenere un covariogramma che mostra oscillazioni smorzate, e ciò a dispetto del fatto che i covariogrammi relativi alle variabili prese singolarmente non mostrino oscillazioni. La condizione per la presenza di un picco nella densità spettrale non coincide, in generale, con le condizioni stabilite per covariogrammi con "damped oscillations", e non vengono per il momento ricavate. Tuttavia, è ormai evidente che con la stima di modelli VAR il quadro univariato può essere considerevolmente modificato. Più in particolare, non c'è ragione di ritenere che gli spettri ottenuti da stime multivariate debbano esibire typical shape. Si sottolinea, inoltre, che la stima di VAR più generali (i.e. con dinamiche più ricche) amplifica le probabilità di picchi nelle densità spettrali delle variabili.

E' naturalmente possibile dotare di significato economico la condizione (31). In effetti, tale condizione sarà soddisfatta laddove le due variabili siano legate da legami di Granger causalità di una certa ampiezza ed inoltre a carattere bidirezionale. Ovviamente, si tratta solo di una condizione necessaria. Infatti, occorre anche che l'ampiezza dei legami incrociati tra le variabili sia di entità superiore rispetto all'ampiezza dei due coefficienti autoregressivi.

Si noti che poichè la nozione di Granger causality fa riferimento al caso in cui una variabile i dipenda dai valori passati di una variabile j , è lecito concludere che l'esempio considerato non è da ritenersi privo di ragionevoli probabilità di verificarsi nella realtà.

10. Conclusioni

In questo lavoro si sono ricostruite le differenze che sussistono tra le diverse scuole che pur accettano un comune schema lineare-stocastico. Si è evidenziato come la principale differenza tra l'approccio alla Slutsky e l'approccio alla Frisch al ciclo economico consista nell'idea, presente in quest'ultimo autore, che un modello dinamico, forzato da un disturbo stocastico, debba esibire oscillazioni smorzate nella parte deterministica. In altri termini, nell'idea che lo spettro del prodotto aggregato debba mostrare un picco nella densità spettrale alle frequenze tipicamente associate al ciclo economico. Ciò ha una interessante implicazione di carattere economico: gli alti e bassi tipicamente osservati nei sistemi basati sulla libera iniziativa imprenditoriale presentano sia ricorrenza che periodicità. Viceversa, nella impostazione alla Slutsky, la presenza di oscillazioni smorzate è ritenuta non solo proprietà non necessaria del modello, ma addirittura indesiderata. Ciò conduce alla interpretazione, cara agli economisti di nuova macroeconomia classica, di un sistema soggetto a fluttuazioni casuali e prive di struttura intorno ad un trend di crescita di lungo periodo.

Un forte sostegno a quest'ultima tesi è sembrato venire, in anni recenti, dalla scoperta di una forma tipica dello spettro che esclude la presenza di picchi, se non alla frequenza zero. In questo lavoro si è sostenuto che tale typical shape è un fenomeno storicamente limitato al primo dopoguerra e che la forte volatilità delle economie che ha caratterizzato l'ultimo ventennio è destinata a far emergere la chiara presenza di picchi nella spectral shape, con particolare riferimento al prodotto aggregato. In effetti, questa ipotesi è stata confermata da una stima degli spettri relativa ad alcune variabili macroeconomiche italiane per il periodo 1970-1993. Il periodo associato ai picchi riscontrati corrisponde a cicli di lunghezza compresa tra i tre e i quattro anni.

Peraltro, non c'è ragione di ritenere che tali risultati siano confinati all'economia italiana. Ulteriore ricerca dovrebbe, quindi, essere dedicata ad una estensione delle stime presentate in questo lavoro ai principali paesi industrializzati.

Riferimenti bibliografici

Beveridge S. - Nelson C.R. (1981), "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the "Business Cycles", *Journal of Monetary Economics*, n.7, 151-174.

Blanchard O. J. - Fischer S. (1989), "Lectures on Macroeconomics", The MIT Press, Cambridge, Mass.

Blanchard O.J.- Quah D. (1989), "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, n.79, 655-673.

Blanchard O.J. - Watson M.W. (1986) "Are Business Cycles All Alike?", in "*The American Business Cycle. Continuity and Change*" a cura di Gordon R.J., The University of Chicago Press.

Canova F. (1991), "Detrending and Business Cycle Facts", *Working Paper EUI*, Giugno 1991.

Christiano L. J.- Eichenbaum M. (1990), "Unit Roots in Real GNP: Do We Know, and Do We Care?", *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, 7-62.

Cochrane J.H. (1994), "Shocks", *Carnegie-Rochester conference Series on Public Policy*, n.55, 295-364.

Dickey D. - Fuller W.A. (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a unit Root", *Econometrica*, n.49, 1057-1072.

Evans G. (1989), "Output and Unemployment Dynamics in the United States: 1950-1985", *Journal of Applied Econometrics*, n.4, 213-237.

Frisch R. (1933), "Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics" in *Economic Essays in Honour of Gustav Cassel*, London, Allen and Unwin.

Granger C.W.J. (1966), "The Typical Spectral Shape of an Economic Variable", *Econometrica*, n.34, 150-161.

Hamilton J.D. (1994), "Time Series Analysis", *Princeton University Press*.

King R.G.- Plosser C.I.- Stock J.H.-Watson M.W. (1991), "Stochastic Trends and Economic Fluctuations", *American Economic Review*, n.81, 819-839.

Koopmans T. C. (1948), "Measurement Without Theory", *Review of Economic Statistics*, n.29, 161-172.

Kydland F.E. - Prescott E.C. (1990), "Business Cycle: Real Facts and a Monetary Mith", in *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review*, Spring 1990.

Lippi M. - Reichlin L. (1991), "Permanent and Transitory Components in Macroeconomics", in *Recent Development in Business Cycle*, a cura di Thygesen, Velupillai, Zambelli, MacMillan, 1991

Lucas R.E. (1973), "Some International Evidence on Output-Inflation Trade-Offs", *American Economic Review*, n.63, 326-334.

Lucas R.E. (1977), "Understanding Business Cycle", in *Stabilization of the Domestic and International Economy*, a cura di Brunner K. e Meltzer A., *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, n.5, 7-29.

Nelson C.R.- Plosser C.I. (1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications", *Journal of Monetary Economics*, n.10, 139-162.

Quah D. (1992), "The Relative Importance of Permanent and Transitory Components: Identification and Some Theoretical Bounds", *Econometrica*, n.60, 107-118.

Quah D. (1995), "Misinterpreting the Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *Economic Letters*, .49, 247-250.

Rossi N. - Sorgato A. - Toniolo G. (1993), "I Conti Economici Italiani: una Ricostruzione Statistica", *Rivista di Storia Economica*, vol.X, 1-49.

Sargent T.J. (1987), "Macroeconomic Theory", Academic Press, New York.

Sargent T. J.- Sims C.A. (1977), "Business Cycle Modelling Without Pretending to Have Too Much a Priori Economic Theory", in <<New Methods in Business Cycle Research: Proceeding from a Conference>>, *Federal Reserve Bank of Minneapolis*.

Schumpeter J.A. (1927), "The Explanation of Business Cycle", *Economica*, December, 286-311.

Sims C. A. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, n.48, 1-48.

Slutsky E. (1937) "The Summation of Random Causes as the Sources of Cyclical Processes", *Econometrica*, n.5, 105-146.

Velupillai K. (1992), "Implicit Nonlinearities in the Economic Dynamics of Impulse and Propagation", in *Non Linearities, Disequilibria and Simulation. Essays in Honour of Bjorn Thalberg*, a cura di K. Velupillai, MacMillan, London.

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwin old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopulista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12

24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56

45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi , Roberto Golinelli , Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Short Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11
56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18
59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20

68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l' 'appiattimento' delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Pricate Vices Pubblis Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Conessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34

89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoresi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoresi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery form the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoresi [1995] "Modellin wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38

110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37
111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45
115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21
119. Barbara Pistoresi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32
125. Barbara Pistoresi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33
126. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20