

\\ 130 \\

**Vaghezza e logica fuzzy nella
valutazione di un'opzione reale**

di

Carlo Alberto Magni

Gennaio 1996

Università di Modena
Dipartimento di Economia Politica
Viale Berengario, 51
41100 Modena (Italia)
e-mail: magni@merlino.unimo.it

VAGHEZZA E LOGICA FUZZY NELLA VALUTAZIONE DI UN'OPZIONE REALE

CARLO ALBERTO MAGNI

Dipartimento di Economia Politica - Università di Modena

ABSTRACT

Nel presente lavoro viene proposta una metodologia di valutazione di un'opzione reale mediante l'integrazione di aspetti quantitativi e aspetti qualitativi legati alla redditività dell'investimento e alla personalità dell'individuo. In effetti, il presente articolo non si pone l'obiettivo di proporre un modello, ma piuttosto di presentare spunti per la trattazione delle opzioni reali in un contesto applicativo. La soggettività del decisore è tale da determinare la scelta della metodologia utilizzata, difficilmente criticabile in base a considerazioni di carattere normativo. Il modello proposto rivela la sua vaghezza e flessibilità mostrando come l'adozione di un criterio di scelta deriva spesso da aspetti umani e da impulsi emotivi che, a mio parere, non dovrebbero essere repressi, ma attentamente valutati.

INTRODUZIONE

Un'opportunità di investimento industriale che lasci all'investitore la possibilità di scegliere la tempistica dell'investimento è paragonabile ad un'opzione finanziaria americana di tipo *call*, in cui l'attività sottostante è data dal progetto di investimento e il prezzo di esercizio è costituito dal costo dell'investimento. Il detentore di questa opzione figurativa si propone di scegliere la strategia di esercizio ottima: stante l'aleatorietà dei flussi derivanti dal *business*, l'attesa può fornire informazioni addizionali sull'evoluzione dei flussi, ma d'altra parte costituisce un costo opportunità legato alla rinuncia a flussi di cassa positivi. Si consideri

un'indice y che esprima, direttamente o indirettamente, la redditività dell'investimento. Può trattarsi di un prezzo di un prodotto o del livello della domanda del mercato o altro. Sia $\Omega(y)$ il valore atteso del progetto e I il costo dell'investimento. Nel caso che il detentore posticipi la decisione all'intervallo successivo, il suo *payoff* è costituito dal "valore di proseguimento"

$$F(y) = \frac{1}{1 + \rho dt} \mathcal{E}(F(y + dy))$$

in cui ρ è il tasso istantaneo di attualizzazione (costo opportunità del capitale). Esiste un livello critico y^* tale che se $y \geq y^*$ il valore attuale (atteso) dell'investimento è superiore al valore di proseguimento, suggerendo l'esercizio dell'opzione; se invece $y < y^*$ allora la strategia ottima è l'attesa al prossimo periodo. Il valore dell'opzione è dunque dato da¹

$$F(y) = \max \left[\Omega(y), \frac{1}{1 + \rho dt} \mathcal{E}(F(y + dy)) \right].$$

y^* rappresenta un punto di frontiera tra la regione di attesa $y < y^*$ e la regione di esercizio $y > y^*$. Il decisore osserva l'evoluzione stocastica della variabile y (cui viene generalmente fatto seguire un moto geometrico browniano) ed esercita l'opzione di investimento non appena $y \geq y^*$. Risolvendo l'equazione di Bellman, si trova

$$F(y) = \begin{cases} Ay^{\beta_1} & \text{se } y < y^* \\ \Omega(y) & \text{se } y \geq y^* \end{cases}$$

con $A > 0$ e $\beta_1 > 1$. La letteratura si è concentrata sull'osservazione di variabili di riferimento quantificabili, cioè agevolmente trattabili formalmente. Nella realtà aziendale esistono variabili che si sottraggono ad una quantificazione diretta e che non possono essere considerate con un modello di optimal stopping del tipo visto (ad esempio struttura della distribuzione, comportamento dei consumatori, comportamento dei concorrenti, qualità del *management* aziendale ecc. Ciononostante tali variabili possono essere rilevanti per la convenienza economica dell'investimento e non devono essere trascurate nell'analisi di redditività e quindi nel processo di decisione di un investitore. Anche quando è possibile trovare

¹Si veda, tra gli altri, Dixit-Pindyck (1994), Trigeorgis (1986) e Buttignon (1990).

una relazione di tipo quantitativo da utilizzare in un modello di optimal stopping, la pluralità dei parametri che seguono un'evoluzione stocastica rende difficoltosa la soluzione del modello, o comunque non soddisfacente.

A ciò si aggiunga che il decisore, in quanto individuo, è in grado di "ponderare" una miriade di fattori che spesso sfuggono o sono intrattabili in un modello quantitativo, il quale deve essere considerato un parametro di ancoraggio, un ausilio alla decisione senza doversi ad essa sostituire. La stessa metodologia formale è di per sé una scelta propria del decisore, derivante dalla sua cultura, personalità, dai suoi peculiari elementi soggettivi e non ultimo dalle sue credenze ed impulsi emotivi.²

Nei prossimi paragrafi cercherò di proporre alcune idee per integrare un'analisi quantitativa con un'analisi qualitativa sia nel senso di considerazione di aspetti non quantificabili sia nel senso di attenzione agli aspetti soggettivi del decisore, i quali determinano la scelta di una metodologia o, all'interno della stessa metodologia, la scelta dei parametri rilevanti.

Procederò in modo euristico, senza l'ausilio di alcuna assiomatizzazione, introducendo una logica di tipo "vago" in cui si impiegano simboli non quantitativi ma verbali, per loro natura vaghi e inesatti. Tale approccio segue una logica di tipo "fuzzy", condividendone alcuni dei principi di base, quelli secondo i quali l'inaccuratezza di una descrizione, l'uso sfumato di simboli e di regole decisionali non costituisce necessariamente un limite di un modello formale, in base al presupposto che 'ogni cosa è vaga in una misura di cui non ci si rende conto finché non si cerca di renderla precisa' Russell (1961). La proposta presentata prende a prestito alcuni strumenti della logica "fuzzy" (ad esempio gli enunciati verbali), ma si differenzia innanzi tutto per la considerazione degli aspetti soggettivi, psicologici della personalità del decisore, ciò che con quest'ultima non avviene, suggerendo l'idea (che mi propongo di sviluppare adeguatamente in altra sede) che non sia lecito stabilire modelli normativi di decisione fissi e immutabili, ma che sia necessario lasciare al decisore la più ampia libertà di scelta. Tale libertà si riferisce sia alla scelta tra diversi criteri sia alla scelta all'interno del criterio preselezionato, sul presupposto che non esista un unico modello di decisione generale che possa attagliarsi ad ogni individuo e che il concetto di razionalità vada "tarato" in base all'indole del decisore. In secondo luogo, la metodologia proposta cerca di trattare il problema di integrazione formale tra aspetti quantitativi e aspetti qua-

²Cfr. Magni (1996c).

litativi di un problema, mentre nella logica fuzzy è implicito che la libertà di determinazione del “grado di appartenenza” fa riferimento a parametri di per sé quantificabili e che la vaghezza consiste nell'appartenenza ad un carattere, non nel carattere stesso, per il quale è sempre lecito assegnare uno o più valori numerici.

Si assuma dunque l'esistenza di un'opzione di differimento su un progetto di investimento strategico. Il decisore si trova a dover decidere se e quando investire. Ai fini della scelta egli tiene sotto osservazione due indici di base, che rappresentano nel loro insieme la convenienza dell'investimento: il parametro quantitativo y e il parametro qualitativo x . La funzione $F(y)$, crescente rispetto a y , esprime il valore dell'opzione di differimento calcolato mediante la programmazione dinamica, e quindi è agevole ricavare il valore y^* che giustificherebbe, secondo l'analisi di tale variabile, l'esercizio dell'opzione. Ma tale informazione deve essere utilizzata correlandola con l'informazione relativa alla variabile x , secondo indice preso a fondamento della decisione; x fornisce indicazioni sul grado di attrattività dell'investimento e non è quantificabile, almeno in prima istanza. Potrebbe pertanto trattarsi di un “giudizio di valore”, una qualificazione tramite aggettivi, una proposizione (si pensi al giudizio sui canali di distribuzione, sui gusti dei consumatori, sulla intransigenza di eventuali norme legislative ecc.). Si supponga che il decisore individui n proposizioni di giudizio, che indicherò con i simboli x_1, x_2, \dots, x_n , le quali esprimano il grado di attrattività dell'investimento. Tale grado è necessariamente “vago” data la non quantificabilità della variabile x e la “vaghezza” della sua rappresentazione (proposizioni, aggettivi, predicati o altri indici linguistici). Scopo del decisore è di stabilire, dato il valore y^* trovato a prescindere dallo studio della variabile x , il valore y_i^o associato al valore x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ tale da suggerire la realizzazione.

IL PARAMETRO QUALITATIVO

Sia y^* il livello della variabile y che giustifica l'esercizio dell'opzione in base all'analisi quantitativa dell'investimento. Sia x la variabile qualitativa scelta come parametro di osservazione. Un'analisi qualitativa viene svolta, come detto, al fine di individuare il grado di attrattività del progetto di investimento su cui si incentra il processo di decisione. Il decisore, sulla base delle osservazioni dei due parametri di riferimento dovrà scegliere se esercitare l'opzione o continuare a detenerla. A tal fine

redige *a priori* una sequenza di n enunciati, consistenti in aggettivi e/o predicati e/o proposizioni, atti a descrivere diversi livelli di attrattività dell'investimento. Si denotino tali enunciati (che per loro natura sono "vaghi") con i simboli x_1, x_2, \dots, x_n .

Sia A l'insieme degli n enunciati selezionati come rappresentativi di ogni possibile livello di attrattività del progetto; si ha pertanto $x_i \in A$ per ogni i , $i = 1, 2, \dots, n$. Il decisore si pone l'obiettivo di integrare le risultanze delle due analisi, quantitativa e qualitativa, ai fini della decisione. Esse sono condensate in una coppia di elementi (x_i, y) , qualitativo e quantitativo rispettivamente. Da questi valori³ deve essere ricavato un livello soglia di esercizio dell'opzione. Più precisamente, obiettivo del decisore è, in primo luogo, assegnare un valore in base all'osservazione dei due parametri. Per y ciò avviene naturalmente attraverso un numero positivo, per x si sceglie uno degli elementi dell'insieme *vago* A . In secondo luogo, egli si prefigge l'obiettivo di associare ad ogni elemento dell'insieme A un valore $y_i^\circ \in R_+^1$ tale che la coppia (x_i, y_i°) in $A \times R_+^1$ sia una "coppia di esercizio", la quale cioè giustifichi la decisione d'investimento. Infine, se, dato un valore osservato x_i , $y \geq y_i^\circ$ l'opzione verrà esercitata. Se al contrario $y < y_i^\circ$ l'azienda attenderà il periodo successivo per compiere nuovamente l'osservazione. L'associazione tra gli n predicati di A e i valori numerici di y° non può essere rigorosamente costruita in termini quantitativi. Un'applicazione tra un insieme *vago* e il campo dei numeri reali è un'operazione logica necessariamente approssimata e soggettiva, che tuttavia può essere formalizzata in via euristica sì da essere generalizzata a criterio decisionale. Ma se apparentemente questa è la debolezza dell'approccio che ho definito *vago*, ne rappresenta in realtà la forza. In primo luogo, il legame esistente tra dominio e condominio della funzione non è un legame oggettivo ma soggettivo. Ciò esalta, come deve essere, la psicologia dell'individuo, il quale è unico giudice della "bontà" del legame scelto. Al decisore può tutt'al più essere proposto un insieme di alternative possibili per realizzare la corrispondenza da A in R_+^1 , lasciando a lui la scelta della funzione adatta ai suoi bisogni. In secondo luogo, il

³Condensare informazioni in due elementi (quantitativi o qualitativi che siano) appiattisce comunque almeno in parte le sfaccettature della realtà. Nella formalizzazione di una situazione economico-sociale questo è inevitabile, ma è bene rimanerne sempre consapevoli, se si vuole giustificare l'uso di un modello come ausilio alla decisione e non come giudice supremo, sottomettendolo quindi alla valutazione finale umana (per sua natura qualitativa).

dominio della funzione è un insieme *vago*, non numerico, e l'associazione con il codominio non può essere compiuta, almeno in prima istanza, coi metodi tradizionali, ad esempio direttamente con espressioni analitiche (si deve infatti associare un enunciato con un numero).

L'approssimazione del ragionamento che verrà svolto in seguito, la "vaghezza" delle considerazioni e la criticabilità delle soluzioni che verranno proposte costituiscono a mio parere un vantaggio del modello, perché la ricerca stessa di una qualunque soluzione è una riprova della necessità, in un processo di decisione economico, di integrare elementi che risultano avere un legame molto vago con gli strumenti matematici. Di seguito si presenta un tentativo, pur rozzo e semplificato, di integrare gli elementi quantitativi e qualitativi di un processo di decisione relativo ad un investimento industriale. L'intento, ribadisco ancora una volta, è sottolineare l'importanza di un aspetto generalmente sottaciuto in letteratura. E se in campo aziendale si privilegia la vaghezza alla formalizzazione di criteri di scelta, in campo matematico si ha la tendenza a dimenticare gli elementi vaghi. L'ambizioso obiettivo che mi prefiggo non di raggiungere ma di porre all'attenzione è quello di integrare i due campi di ricerca, nonché di rilevare l'importanza degli aspetti soggettivi ed emotivi in un processo di scelta.

Ogni proposta sviluppata ha senso solo in quanto la si inquadri in un determinato contesto psicologico: a volte rivelerò il pensiero soggiacente alla scelta di un metodo rispetto ad un altro, altre volte lo lascerò indeterminato. Ma la preferenza attribuita è questione che il decisore deve risolvere *uti singulus*, creando in sé la consapevolezza del proprio operare, delle proprie idee, delle proprie idiosincrasie, della propria indole. È interessante notare come diversi modi di procedere nei vari stadi del processo di decisione derivino la loro scelta da condizioni psicologiche proprie del decisore e che la scelta di un criterio piuttosto che un altro deve essere fatta ricondurre ad elementi soggettivi dell'individuo, comprese le sue emozioni. Solo comprendendo questo aspetto si può cominciare a porre in dubbio l'idea di una immutabile legge normativa che stabilisca quali criteri di valutazione debbano essere utilizzati, senza la considerazione degli aspetti soggettivi del decisore, non ultimi i *suoi* obiettivi, desideri ed emozioni, più complessi e interconnessi di quanto non si voglia solitamente far credere.

IL MODELLO

Si consideri un'azienda che si trova di fronte all'opportunità di investire in un progetto strategico e sia y^* il livello critico della variabile quantitativa che giustificherebbe, in assenza di altre analisi, l'esercizio dell'opzione, ottenuto con i modelli di programmazione dinamica fin qui visti. Un possibile criterio di decisione è presentato di seguito, partendo dalla costruzione di una funzione *vaga* da A in R_+^1 .

In primis, un organo aziendale competente redige gli enunciati x_i di cui sopra e stabilisce un ordine di preferibilità che rappresenti una scala ordinale di attrattività dell'investimento in base all'analisi qualitativa, tale che

$$x_1 \prec x_2 \prec \dots \prec x_n; \quad (1)$$

con la specificazione suggerita si vuole indicare che la qualificazione per la quale l'investimento risulta maggiormente attraente è data da x_n , mentre x_1 rivela un grado di attrattività minimo del progetto in esame.

Si costituisce un gruppo di m analisti e a ciascuno di essi si mostra il livello critico y^* derivante dall'analisi quantitativa; si prende un generico elemento x_i e si chiede ad ogni analista di associarvi un intervallo $I_i^j = [a_i^j, b_i^j]$, $j = 1, 2, \dots, m$, di valori ritenuti plausibili (accettabili) per l'esercizio dell'opzione d'investimento. Se il valore y^* è ritenuto in qualche modo vincolante il decisore (ad esempio il consiglio di amministrazione della Società) può imporre che la scelta dell'intervallo sia tale che $y^* \in [a_i^j, b_i^j] \forall i, j$. Risulta naturale che un incremento nel grado di attrattività qualitativa dell'investimento possa indurre a far accettare un livello critico di y minore e che una minore preferibilità qualitativa debba essere compensata da un livello critico quantitativo maggiore. È naturale allora imporre

$$y_1^\circ > y_2^\circ > \dots > y_n^\circ. \quad (2)$$

Ogni analista produce dunque una sequenza di n intervalli, associati agli enunciati x_i . Una volta comunicati al decisore gli intervalli scelti, questi si prefigge il compito di estrapolare tra gli m intervalli così costruiti un intervallo di riferimento per ogni qualificazione x_i , riassuntivo delle opinioni degli analisti. Questo passo può essere compiuto in diversi modi. Uno di questi consiste nel calcolare la media aritmetica degli estremi inferiori e

degli estremi superiori, e considerare quindi l'intervallo

$$I_i^{\circ} = \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_i^j, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m b_i^j \right].$$

Alternativamente si può considerare l'intersezione

$$I_i^{\circ} = [\max_j a_i^j, \min_j b_i^j] = I_i^1 \cap I_i^2 \cap \dots \cap I_i^m :$$

essa risulta sicuramente non vuota se è soddisfatta la condizione $y^* \in I_i^j \quad \forall i, j$ (dal momento che almeno l'elemento y^* appartiene a I_i°). La scelta di imporre l'inclusione di y^* nella definizione degli intervalli rivela un preciso atteggiamento psicologico per il quale l'analisi quantitativa risulta, anche in prima battuta, vincolante, nel senso di costituire un perno su cui incentrare il processo di associazione di x a y . Se la condizione di cui sopra non è richiesta e l'intersezione è vuota, si possono proporre varie soluzioni. Ne cito una a titolo paradigmatico. Si prendono tutti gli intervalli I_i^j e si formano tutte le combinazioni possibili di intersezioni prendendo gli intervalli a due a due, a tre a tre e così via. L'intervallo I_i° estrapolato sarà quello per cui il maggior numero di intervalli è coinvolto, ciò che definirà intersezione massima. A parità di combinazioni che danno luogo a una intersezione massima, si potrebbe scegliere l'intersezione associata alla lunghezza minore oppure maggiore dell'intervallo: anche in questo caso diverse interpretazioni psicologiche possono dare ragione della scelta; in caso di lunghezza identica si sceglierà in base ad un criterio di prudenzialità o di propensione al rischio. Per comprendere più chiaramente la procedura si considerino i seguenti intervalli:

$$I_i^1 = [3, 6] \quad I_i^2 = [5, 7] \quad I_i^3 = [1, 4] \quad I_i^4 = [2, 8].$$

L'intersezione massima è costituita da tre intervalli e può essere ottenuta sia come $I_i^1 \cap I_i^3 \cap I_i^4 = [3, 4]$ sia come $I_i^1 \cap I_i^2 \cap I_i^4 = [5, 6]$. Si tratta di intervalli aventi medesima lunghezza. Il decisore sceglierà il primo o il secondo in base alla propria avversione al rischio (una maggiore avversione al rischio lo porterà a scegliere il secondo intervallo che raccoglie valori di y maggiori).

La scelta tra le due modalità di estrapolazione brevemente accennate dell'intervallo I_i° riflette evidentemente inclinazioni soggettive differenti del decisore: nel primo caso il decisore crea un "super-analista" fittizio che indichi *ex novo* un intervallo di riferimento compensando le opinioni dei vari analisti. Il significato del calcolo di una media in termini logici è per l'appunto la creazione di un indice riassuntivo che prenda in considerazione tutti i singoli valori coinvolti. La seconda modalità invece è volta a includere solo quei valori sui quali tutti gli analisti sono concordi nel loro giudizio e rivela quindi un tentativo di conciliare in modo completo le loro opinioni; l'intervallo di riferimento così trovato è un insieme di valori ricompreso nell'indicazione di ciascun esperto, mentre la prima procedura può comportare la scelta di valori non espressi da almeno uno degli analisti. All'interno della seconda procedura si è poi visto il metodo di cernita degli intervalli nel caso di esistenza di intersezioni vuote. Tale metodo rivela l'atteggiamento "maggioritario" che premia la concordanza (in termini di intersezioni di intervalli) del maggior numero di esperti su un intervallo di riferimento o su alcuni valori di esso. Entrambi i metodi visti presuppongono che il decisore abbia la medesima considerazione per gli m analisti. In caso contrario, altri criteri "ponderati" potranno essere utilizzati. Ad esempio se due o più combinazioni di intervalli danno luogo all'intersezione massima, è possibile scegliere la combinazione ottima sulla scorta di ragionamenti che fanno riferimento al grado di professionalità e attendibilità di ciascun esperto.

La seconda fase consiste nella scelta di uno tra i valori dell'intervallo di riferimento I_i° rispettando il vincolo dato dalla (2). Si supponga che la scelta di I_i° sia avvenuta con il metodo della media: si può allora anche in questa fase utilizzare il valore medio degli estremi dell'intervallo di riferimento I_i° . Si ha quindi

$$y_i^\circ = \frac{1}{2m} \left(\sum_{j=1}^m a_i^j + b_i^j \right);$$

per il soddisfacimento della (2) è sufficiente imporre agli analisti le seguenti restrizioni:

$$a_i^j > a_{i+1}^j \quad b_i^j > b_{i+1}^j \quad \forall i, j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

Infatti in tal caso si ha, immediatamente,

$$\frac{1}{2m} \left(\sum_{j=1}^m a_i^j + b_i^j \right) > \frac{1}{2m} \left(\sum_{j=1}^m a_{i+1}^j + b_{i+1}^j \right).$$

Qualora poi il decisore ritenga le competenze degli analisti non simmetriche, può utilizzare una media ponderata con pesi α_j tali che

$$0 \leq \alpha_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1 :$$

si ha

$$I_i^{\circ} = \left[\sum_{j=1}^m \alpha_j a_i^j, \sum_{j=1}^m \alpha_j b_i^j \right]$$

e

$$y_i^{\circ} = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j (a_i^j + b_i^j) \right) ;$$

anche in questo caso la (3) risulta sufficiente per garantire il rispetto del vincolo dato dalla (2).

Un altro fattore che potrebbe influire sul processo di scelta è la relativa importanza e capacità critica che il decisore assegna a sé e agli esperti. Una piena fiducia in se stessi può spingere a ritenere i giudizi di esperti puri indizi di riferimento, un alto valore assegnato invece alla professionalità degli esperti e una certa insicurezza nelle proprie capacità può portare alla scelta di metodi concentrati sul pool di analisti, lasciando a se stessi un mero ruolo di ratifica della decisione. La scelta stessa di una metodologia fa riferimento ad aspetti peculiari della soggettività del decisore, la selezione stessa tra le varie possibili formalizzazioni di una metodologia è espressione di personalità. La decisione di scelta delle modalità con cui trattare il processo di decisione stesso (uso di un'analisi qualitativa piuttosto che di una quantitativa, uso di funzioni di utilità piuttosto che di metodologie non normative e più euristiche, uso di programmazione dinamica piuttosto che di contingent claims analysis, ecc.) deriva da giudizi vaghi (nel senso di non formalizzati) ineliminabili. Anche questo è il motivo per cui penso più ad un nucleo di proposte di gestione di un processo di decisione più che ad un'unica prescrizione metodologica.

VALORE QUALITATIVO E VALORE
QUANTITATIVO DI UN'OPZIONE STRATEGICA

Il valore y_i° così trovato è il livello critico che giustifica l'investimento a fronte di un valore x_i del parametro qualitativo. La procedura è ripetuta per ogni i fino ad ottenere le n coppie di valori (x_i, y_i°) , $i = 1, 2, \dots, n$. Le coppie trovate, oltre a costituire coppie d'esercizio, recano informazione sul valore (quantitativo) implicitamente attribuito dal decisore alle risultanze dell'analisi qualitativa. Contrassegnando con $F(y)$ il valore dell'opportunità d'investimento calcolato mediante relazione tra i dati quantitativi e con $W(x)$ il valore dello stesso derivante dall'analisi qualitativa, chiamo il primo *valore quantitativo* e il secondo *valore qualitativo*. Il problema di decisione è un problema di optimal stopping (dove la dizione di optimal stopping è usata in senso lato dal momento che coinvolge operazioni logiche di tipo non solo quantitativo ma anche qualitativo); esso consiste nel calcolo delle coppie di esercizio (x_i, y_i°) , che dividono la regione di investimento dalla regione di attesa. Esse sono equivalenti, nel senso che rappresentano punti di frontiera tra la regione di optimal stopping e quella di attesa. Ma se ciascuna di esse giace sulla frontiera è evidente che il valore complessivo dell'investimento in corrispondenza di esse è il medesimo. Il valore complessivo dell'investimento $Z(x, y) = F(y) + W(x)$ può essere descritto come una funzione a due variabili separate *vaga* (la vaghezza consistendo nel carattere qualitativo e approssimato della seconda variabile indipendente) definita in $A \times R_+^1$ a valori in R^1 e i punti di frontiera (x_i, y_i°) costituiscono un insieme di livello per $Z(x, y)$. Essa assume cioè il medesimo valore in corrispondenza delle coppie di esercizio (x_i, y_i°) , $i = 1, 2, \dots, n$. Pertanto si ha

$$F(y_1^\circ) + W(x_1) = F(y_2^\circ) + W(x_2) = \dots = F(y_n^\circ) + W(x_n) = \bar{Z}. \quad (4)$$

Ponendo $y_i^\circ - y^* := k_i$ la (4) può essere riscritta nel seguente modo:

$$F(y^* + k_1) + W(x_1) = \dots = F(y^* + k_n) + W(x_n) = \bar{Z} \quad (5)$$

dove il rispetto della (2) implica

$$k_1 > k_2 > \dots > k_n. \quad (6)$$

La (5) può essere letta nel seguente modo: rilevato con x_i il grado di attrattività dell'investimento secondo le risultanze dell'analisi qualitativa, k_i

rappresenta l'incremento (positivo o negativo) che il livello critico y^* deve subire per generare lo stesso valore complessivo dell'investimento. Ma se (x_i, y_i°) è una coppia di esercizio, allora il *valore quantitativo* dell'opzione è dato dal suo valore attuale netto, cioè

$$F(y^* + k_i) = G(y^* + k_i)$$

dove la funzione G indica il valore attuale netto. La (5) diventa allora

$$G(y^* + k_1) + W(x_1) = \dots = G(y^* + k_n) + W(x_n) = \bar{Z} \quad (5\text{-bis})$$

Da questa si ricava

$$G(y^* + k_i) - G(y^* + k_{i+1}) = W(x_{i+1}) - W(x_i) \quad \forall i. \quad (7)$$

Essendo $G(x)$ strettamente crescente, la (7) è un'espressione positiva e quindi si ha la relazione

$$x_i < x_{i+1} \implies W(x_i) < W(x_{i+1})$$

che è del resto una naturale conseguenza delle assunzioni (1)-(2). In tal modo si riesce a dare una precisa quantificazione all'incremento del valore qualitativo in conseguenza della variazione della variabile x_i (Figura 1).

È possibile ottenere il valore puntuale della funzione $W(x)$ in corrispondenza degli n punti del dominio x_1, x_2, \dots, x_n mediante il seguente ragionamento: se l'analisi qualitativa non fosse realizzata dell'azienda, la coppia di esercizio collaserebbe nell'unico valore di esercizio y^* . L'attribuzione della qualificazione x_i fa spostare il livello di y a y_i° o, in altri termini, a $y^* + k_i$. k_i è la variazione di y^* che l'analisi qualitativa richiede e quindi in qualche modo deve indicare, indirettamente, il valore di $W(x_i)$. Approfondiamo questo aspetto. Si faccia un'ipotesi a ritroso, ossia relativa alla redazione delle n qualificazioni *vaghe* che costituiscono una scala ordinale. Nella compilazione delle enunciazioni qualitative, il decisore presenta anche quella qualificazione x^* che trova corrispondenza in y^* . Essa può essere anche lasciata agli m analisti e poi selezionata secondo diverse modalità. Si noti che mentre le altre qualificazioni sono definite in modo standard, associando con una legge *vaga* ad ogni x_i uno e un solo valore di y_i° , nel caso di x^* si ha il processo mentale inverso: dato y^* si

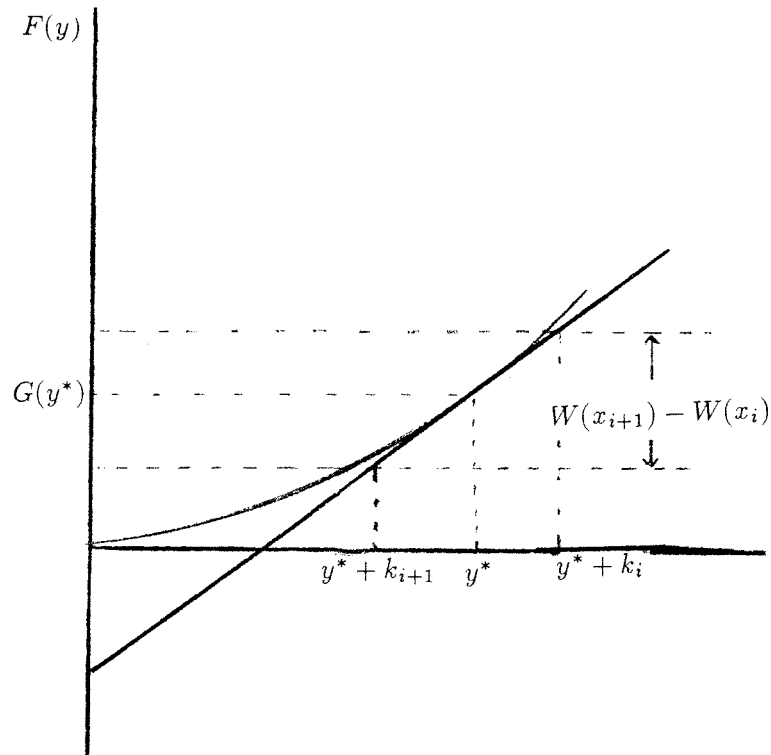


FIGURA 1

cerca quella qualificazione x^* tale che $y(x^*) = y^*$. Si cerca in sostanza la controimmagine di y^* . Comunque o da chiunque sia enunciata la qualificazione x^* , essa rappresenta la situazione di neutralità ai fini dell'esercizio dell'opzione. Di fronte ad una situazione descritta da x^* , il decisore ritiene che i legami intercorrenti tra le variabili quantitative e qualitative siano neutri nel senso che l'analisi quantitativa di per sé fornisce il corretto livello soglia di esercizio dell'opzione reale mentre l'analisi qualitativa lascia immutata la descrizione della situazione nonché il livello di esercizio. Il decisore deve a questo punto stimare il valore $W(x^*)$: esso potrebbe essere inteso come insieme di flussi aggiuntivi rispetto a quelli previsti con l'analisi quantitativa. La stima dipende dal modo in cui il calcolo di $G(y)$ è stato effettuato. Se $G(y)$ è una funzione costruita senza considerare una determinata situazione qualitativa, allora $W(x^*)$ deve essere stimato

considerando i flussi incrementali che la variabile x apporta al progetto. Se $G(y)$ è espressione di y per un dato valore di x allora, essendo proprio x^* tale valore (per definizione), si ha che $W(x^*) = 0$ e $W(x_i)$ rappresenta la parte incrementale di W non considerata nell'analisi quantitativa⁴.

Si ponga $W^* = W(x^*)$. Si ha, in base alla (5)-bis,

$$\bar{Z} = G(y^*) + W^* = G(y^* + k_i) + W(x_i)$$

da cui si ricava

$$W(x_i) = G(y^*) - G(y^* + k_i) + W^*. \quad (8)$$

A questo punto si conoscono le coppie di esercizio e il *valore qualitativo* di un generico x_i . Cosa succede se l'analisi qualitativa porta ad una situazione intermedia tra quelle precodificate? Si denoti con \bar{x} una generica situazione che non rientri tra le n qualificazioni ma che sia collocabile tra x_i e x_{i+1} . Proporrò di seguito un criterio utilizzabile per definire la variabile \bar{y} tale che (\bar{x}, \bar{y}) costituisca una coppia di esercizio. Numerosi altri sono proponibili: i loro vantaggi e svantaggi sono relativi a differenti assunti sulla psicologia del decisore.

Il decisore assegna ad ogni qualificazione un grado di appartenenza β_i , $\beta_i \in [0, 1]$ che indichi l'aderenza di \bar{x} alle caratteristiche descritte in termini vaghi dalla situazione x_i , $i = 1, \dots, n$. Può essere naturale collocare \bar{x} tra due qualificazioni x_i e x_{i+1} e assegnare valori positivi solo a α_i e α_{i+1} assegnando invece valore nullo alle altre qualificazioni. Nulla vieta tuttavia che $\beta_i > 0 \forall i$ purché $\sum_{i=0}^n \beta_i = 1$.⁵ In generale, si può

⁴Il ragionamento corre su una strada che ha molte biforcazioni. Sto cercando di mantenere la strada maestra anche se gli incroci diventano sempre più numerosi. In questo specifico caso, la strada che ho appena lasciato alle spalle conduce al problema di scovare i presupposti qualitativi insiti in un'analisi quantitativa. Questa può essere eseguita immaginando una determinata situazione del parametro qualitativo. Di ciò deve essere tenuto conto, perché la situazione immaginata è la situazione di neutralità x^* ; il suo valore $W(x^*)$ è nullo perché la sua considerazione è incorporata già nel valore $F(y) = G(y)$. Se l'analisi quantitativa si disinteressa degli aspetti qualitativi invece, ecco che la funzione $W(x^*)$ deve allora indicare il valore aggiuntivo non considerato in $F(y)$. Questo problema merita una trattazione più estesa, io ne ho solo accennato per poi proseguire sulla strada maestra.

⁵Siamo ancora ad un bivio del corso principale: perché non ammettere valori positivi solo per le due qualificazioni che approssimano per difetto e per eccesso la situazione \bar{x} ? Mi sia consentito di tralasciare anche questo problema, che coinvolge la costruzione di una relazione d'ordine con tutte le questioni sulla transitività. Mi riservo di tornare sull'argomento in altra sede.

pensare di porre

$$W(\bar{x}) = \sum_{i=0}^n \beta_i W(x_i).$$

Pertanto, in base alla (8), si ricava

$$W(\bar{x}) = G(y^*) + W^* - \sum_{i=0}^n \beta_i G(y^* + k_{i+1}); \quad (9)$$

se $\bar{x} = x_i$ e quindi $\beta_j = 0 \forall j \neq i$, si ritrova la (8). Infine da

$$G(\bar{y}) = \bar{Z} - W(\bar{x})$$

si ricava la controimmagine di $G(\bar{y})$, ossia \bar{y} stesso.

Questo metodo indiretto di calcolo a ritroso di \bar{y} è solo uno dei tanti possibili criteri. Ognuno di essi rivela interpretazioni personali dell'agente economico, preferenze per un determinato approccio decisionale, il cui significato è difficile da scandagliare. Sarebbe meglio scegliere ad esempio una modalità diretta e considerare \bar{y} come combinazione lineare degli y_i^o calcolati in precedenza, così che $\bar{y} = \sum_{i=0}^n \beta_i y_i^o$?⁶ Questa domanda non ha risposta univoca, ma dipende dalle condizioni soggettive in cui si trova l'unità decisionale. Questi può sentirsi in grado di assegnare un grado di appartenenza e attribuirlo al *valore qualitativo* $W(x_i)$ piuttosto che direttamente al valore y_i^o . L'oggetto cui ci si riferisce parlando di grado di appartenenza β_i è quindi essenziale nella scelta di uno tra i vari criteri che prevedano l'uso di un grado di appartenenza (e, conseguentemente, nella decisione di esercizio).

Alternativamente, il decisore può pensare di trasformare le n proposizioni *vaghe* in parametri quantitativi, ordinandole mediante una scala di valori tale che la relazione qualitativa acquisti una natura quantitativa, cioè che la relazione

$$x_i \prec x_{i+1}$$

si tramuti in

$$x_i < x_{i+1},$$

⁶Cfr. la nota precedente.

per cui la funzione $W(x)$ sia ora definita non più nel dominio *vago* A , ma nel dominio R_+^1 , comprendendo inoltre ogni possibile situazione intermedia tra le n possibili qualificazioni. Si può supporre una normalizzazione del dominio tale che $x \in [0, 1]$ e che all'elemento x_i del vecchio dominio corrisponda il punto $x_i = (i - 1)/(n - 1)$, $i = 1, 2, \dots, n$ mediante una equidivisione dell'intervallo $[0, 1]$. Come determinare allora il valore della funzione $W(x)$ in corrispondenza di un generico x ? Già conosciamo i valori $W(x_i = (i - 1)/(n - 1))$; per giungere alla espressione analitica completa bisogna interpolare con qualche procedura gli n punti visti giacenti sul grafico della funzione. Anche in questo caso vi sono innumerevoli possibilità degne di attenzione nonché di critica: ad esempio si può ricavare l'espressione della funzione $W(x)$ attraverso l'unione con un segmento dei due punti $(x_i, W(x_i))$ e $(x_{i+1}, W(x_{i+1}))$ (Figura 2)

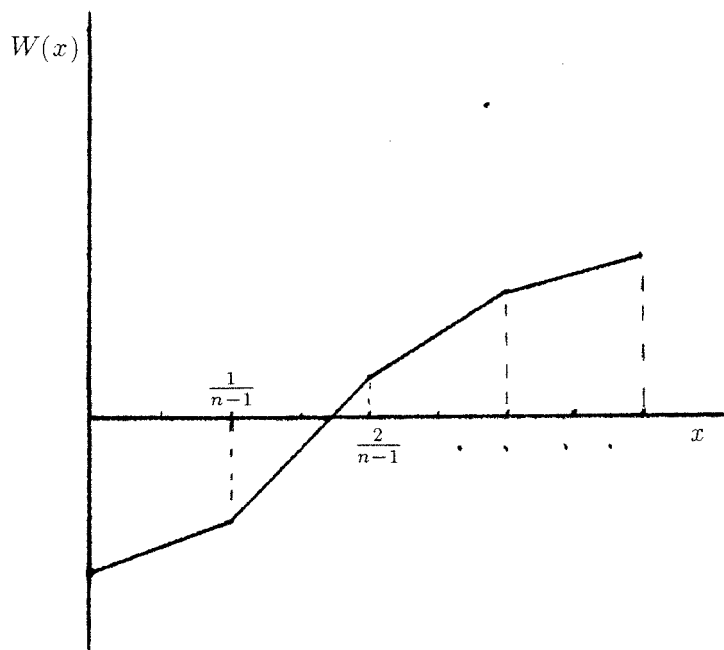


FIGURA 2

Pertanto si avrà

$$W(x) = W(x_i) + \frac{W(x_{i+1}) - W(x_i)}{x_{i+1} - x_i}(x - x_i) \quad x \in [x_i, x_{i+1}],$$

con $i = 1, 2, \dots, n - 1$. Si assume quindi che il decisore abbia un'indole tale da attribuire valori in modo lineare. Che cosa questo voglia dire non è possibile specificarlo con esattezza. Ciò che conta è che il decisore abbia la consapevolezza di quello che fa, dei vantaggi e degli svantaggi di un certo modo di operare, vantaggi e svantaggi non quantificabili ma qualificabili dal decisore stesso. La selezione di criteri qualitativi sarà sempre inerente alle caratteristiche individuali del decisore e come tale inconfutabile e inattaccabile da un punto di vista normativo, se anche ciò implica una incoerenza nel suo comportamento, purché di tale incoerenza il decisore sia consapevole.

COMMENTI CONCLUSIVI

Una siffatta procedura è senza dubbio criticabile da numerosi punti di vista essendo impostata in modo euristico e implicitamente assumendo come prioritaria l'indole soggettiva del decisore. E tuttavia rappresenta un primo tentativo di gestire formalmente la convivenza tra indici quantitativi e qualitativi nei processi di decisione aziendali di cui il decisore si trova a dover tener conto nel suo processo di decisione. I passaggi più critici avvengono proprio nella fase di quantificazione formale dell'indice qualitativo e in sede di induzione nella costruzione della $W(x)$. È difficile associare un valore numerico (pur con valenza meramente ordinale) a proposizioni del tipo: "L'immagine dell'azienda è percepita in modo positivo, i prodotti aziendali godono di alto prestigio e vengono percepiti dalla clientela come notevolmente differenziati rispetto a quelli dei concorrenti"; "I prodotti aziendali presentano un buon livello qualitativo, pur mancando ampiezza e profondità nella linea dei prodotti immessi dall'azienda sul mercato; "I canali distributivi sono capillari sul territorio e di ottima qualità, la rete degli intermediari è compatta, il rapporto di fiducia è minato però da iniziative promozionali da parte degli avversari"; "Il reparto Ricerca e Sviluppo è composto da ricercatori altamente creativi e affidabili, che tuttavia mancano di esperienza nel settore". Si tratta di qualificazioni "vaghe", che determinano un altrettanto "vago" grado di attrattività di un ipotetico investimento strategico. Esse spesso risultano

estremamente importanti nella valutazione di un progetto che modifichi la formula imprenditoriale, eppure non sono quantificabili. Anche quando lo sono, ne deriva un processo che coarta la loro natura qualitativa innestandole forzatamente in uno schema quantitativo. In questo processo di trasformazione qualitativo-quantitativo si perdono sempre informazioni, che per quanto vaghe (anzi proprio perché vaghe) risultano fondamentali ai fini della deliberazione. Infatti, anche la sola formalizzazione di una scala ordinale deprime la significatività di una proposizione verbale, avente sfumature impossibili da cogliere quantitativamente, le quali vanno al di là di un relazione d'ordine.

Il tentativo fatto, pur rozzo e approssimativo, vuole semplicemente porre l'attenzione sulla necessità di gestire informazioni multiple di cui solo una parte sono domabili formalmente con il linguaggio della matematica, mentre altre dovrebbero per quanto possibile essere trattate nel modo "vago" e approssimato che è loro proprio. Quando si pone il problema di congiungere criteri di decisione basati su parametri e quantitativi e qualitativi si deve operare una scelta tra le due: o si cala l'indice quantitativo in un contesto di "vaghezza verbale" oppure, all'opposto, si forza l'indice qualitativo ad indossare un abito quantitativo. Nella trattazione seguita questa seconda scelta è stata compiuta e trattandosi per l'appunto di un processo forzoso e per certi aspetti non lecito si è tenuto presente il carattere esemplificatorio e non normativo del discorso. Una eventuale formalizzazione normativa pone problemi notevoli sia a livello di costruzione formale sia, soprattutto, a livello filosofico di accettabilità di un modello fisso e immutabile di razionalità: in tal senso è da tenere sempre presente che la mente umana, per sua natura vaga, è in grado di effettuare valutazioni qualitative che sfuggono ad ogni modello quantitativo ponderando fattori quantitativi e qualitativi che il linguaggio matematico non riesce a compiere. È chiaro quindi che la soggettività del decisore è comunque basilare nel creare *ex novo* l'associazione tra parametri qualitativi e parametri quantitativi, ed è per questo che il procedimento seguito parte dalla fissazione di un certo numero di proposizioni qualitative x_i e dall'associazione ad esse di valori y_i^o lasciate all'immaginazione e al giudizio soggettivo del singolo decisore. La legge, la funzione che all'elemento x_i fa associare l'elemento $W(x_i)$ non è esprimibile matematicamente perché il giudizio di un individuo, il suo pensiero, le sue idee, pur generati da neuroni cerebrali di natura quantificabile, sfuggono a rapp-

resentazioni matematiche per la loro intrinseca ineffabilità. Lungi dal voler imbastire una diatriba filosofica in questa sede, si vuole mettere in rilievo che nei processi di decisione strategici l'elemento qualitativo è sempre presente ed è impossibile vestire tutto lo scenario analizzato con una tonaca rigidamente quantificata. Se questo viene fatto, si deve essere consapevoli della perdita in informazione subita nel processo di traslazione. La vaghezza del parametro qualitativo, o meglio del giudizio dato su di esso da un individuo, determina paradossalmente un'accuratezza e una precisione che viene smarrita per strada dalla modellizzazione matematica. Questo perché il concetto vago descrive la realtà in modo più compiuto, più incisivo, più comprensivo di un dato numerico, senza considerare il problema di legittimità, del tutto filosofico (e irrisolto), insito nella rappresentazione di una qualità attraverso un numero. La difficoltà incontrata in un problema del tipo studiato non deve comunque distogliere dal tentativo di un'impostazione formale dell'intero problema che incontra l'indubbio vantaggio, derivante da una descrizione ad alto livello di astrazione, nella comprensione dei fenomeni studiati, ciò che consente una visione onnicomprensiva, un'analisi delle relazioni intercorrenti tra le variabili del problema nonché un chiarimento nella definizione delle variabili stesse e degli obiettivi fissati dal decisore. L'analisi formale dovrà in tal modo determinare non tanto la scelta in modo rigido e immutabile, quanto costituire un parametro di ancoraggio ai fini della valutazione finale e della finale decisione, che scaturirà sempre e comunque dalla personalità soggettiva del decisore.

BIBLIOGRAFIA

- BELLMAN, R. E. e ZADEH, L. A. (1970), Decision-Making in a Fuzzy Environment, *Management Science* **17**, no. 4, 141-164, (December).
- BIANCHI, M. e GABOSI, F. (1992), *Finanza competitiva. Opzioni strategiche, potere finanziario e sviluppo dell'impresa*, Edizioni Angelo Guerini e Associati S.r.l.
- BLACK, M. (1937), Vagueness: An Exercise in Logical Analysis, *Philosophy of Science* **4**, no. 4, (October).
- BUTTIGNON, F. (1990), *La strategia aziendale e il valore economico del capitale*, Cedam, Padova.
- CAMMARATA, S. (1994), *Sistemi fuzzy: un'applicazione di successo dell'intelligenza artificiale*, Etas Libri, Milano.
- DIXIT, A. K. e PINDYCK R. S. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

- DONNA, G. (1991), Il valore economico della strategia, in *La definizione e la valutazione delle strategie aziendali: criteri, metodi, esperienze* (A. Gozzi, a cura di), ETAS Libri, Milano, pp. 185–213.
- DONNA, G. (1992), *La valutazione economica delle strategie d'impresa*, Giuffrè, Milano.
- ELSTER, J. (1983), *Sour Grapes. Studies in the Subversion of Rationality*, Cambridge University Press; trad. it. *Uva acerba. Versioni non ortodosse della razionalità*, Feltrinelli, Milano, 1989.
- ELSTER, J. (1993), *Sadder but Wiser? Rationality and Emotions*; trad. it. *Più tristi, ma più saggi? Razionalità ed emozioni*, Anabasi, Milano, 1994.
- FEYERABEND, P. K. (1975), *Against Method. Outline of an anarchistic theory of knowledge*, First published NLB 1975; Verso Edition 1978 (London); trad. it. *Contro il metodo. Abbozzo di una teoria anarchica della conoscenza*, Feltrinelli, Milano, 1979.
- FEYERABEND, P. K. (1989), *Dialogo sul metodo*, Gius. Laterza & Figli, Roma-Bari.
- JONES, A., KAUFMANN, A. e ZIMMERMANN, H. J. (eds.) (1985), *Fuzzy Sets Theory and Applications*, NATO ASI series. Series C, Mathematical and Physical Sciences, Reidel, Dordrecht.
- KESTER, W. C. (1984), Today's options for tomorrow's growth, *Harvard Business Review*, 153–160, (March-April).
- KOSKO, B. (1993), *Fuzzy Thinking: The New Science of Fuzzy Logic*, Hyperion; trad. it. *Il fuzzy-pensiero*, Baldini & Castoldi, Milano, 1994.
- KOSKO, B. e ISAKA, S. (1993), Logica "sfumata", *Le Scienze*, no. 301, 52–61, (settembre).
- MAGNI, C. A. (1996a), *Repeatable and una tantum real options: a dynamic programming approach*, Materiali di discussione, Università di Modena, Modena, Dipartimento di Economia Politica.
- MAGNI, C. A. (1996b), *Opzioni reali di investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping*, Materiali di discussione, Università di Modena, Modena, Dipartimento di Economia Politica.
- MAGNI, C. A. (1996c), *Opzioni strategiche: un approccio integrato di programmazione dinamica e logica "vaga"*, Tesi di Dottorato, Università di Trieste, Trieste.
- MAMDANI, E. H. e GAINES, B. R. (eds.) (1981), *Fuzzy Reasoning and its Applications*, Academic Press, London.
- PORTER, M. E. (1980), *Competitive Strategy. Techniques for Analyzing Industries and Competitors*, The Free Press, New York; trad. it. *La strategia competitiva. Analisi per le decisioni*, Tipografia Compositori S.p.a., Bologna, 1982.
- RUSSELL, B. (1923), Vagueness, *Australian Journal of Philosophy* 1.
- TRIGEORGIS, L. G. (1986), *Valuing Real Investment Opportunities: An Options Approach to Strategic Capital Budgeting*, Doctoral Thesis, Harvard University, Harvard.
- WHITTLE, P. (1983), *Optimization Over Time*, vol. II, John Wiley & Sons Ltd.
- ZIMMERMANN, H. J., ZADEH, L. A. e GAINES, B. R. (eds.) (1984), *Fuzzy Sets and Decision Analysis*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwim old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopolista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12
24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di interessi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56
45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Shorte Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11
56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18

59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20
68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l'appiattimento delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Private Vices Public Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Connessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34
89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoresi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoresi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery from the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoresi [1995] "Modellin wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38
110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37
111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45

115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21
119. Barbara Pistoresi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "La riservezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32
125. Barbara Pistoresi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33
126. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20
127. Antonio Ribba [1996] "Ciclo economico, modello lineare-stocastico, forma dello spettro delle variabili macroeconomiche" pp. 31
128. Carlo Alberto Magni [1996] "Repeatable and una tantum real options a dynamic programming approach" pp. 23
129. Carlo Alberto Magni [1996] "Opzioni reali d'investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping" pp. 26

