\\ 203 \\

Supporti Informatici per la Ricerca delle Soluzioni di Problemi Decisionali

di

Stefano Bordoni

Settembre 1997

* Università degli Studi di Modena
Dipartimento di Economia Politica
Viale Berengario, 51
41100 Modena (Italia)
e – mail:bordoni@unimo.it

Introduzione

Uno dei temi principalmente sviluppati all'interno dei corsi di Matematica per Economisti è lo studio dei sistemi di equazioni differenziali. Questo strumento si rivela di grande utilità per lo studio e la comprensione di quei processi che, come gran parte dei modelli economici, hanno caratteristiche dinamiche, cioè si evolvono in relazione al tempo.
I risultati di questi sistemi rendono esplicito come una o più variabili dipendenti x(t) si muovono al mutare della variabile indipendente t. Tali soluzioni possono essere rappresentate graficamente per rendere ancor più immediata la lettura dei fenomeni che rappresentano.

Una variante dei modelli sopra descritti si ottiene introducendo un'autorità decisionale che tende a controllare l'evoluzione della dinamica del sistema attraverso l'introduzione di una variabile strumentale.
Questa diversa contestualizzazione dei fenomeni prende il nome di Teoria del Controllo ed è applicabile in tutti quei problemi evolutivi dove sia possibile controllare ciò che avviene alle variabili di stato col trascorrere del tempo.
Da un punto di vista formale il sistema di equazioni differenziali (la dinamica) si arricchisce di una variabile aggiuntiva u(t) che ne permette il controllo e di una funzione obiettivo che stabilisce i criteri di preferenza usati dal decisore.

Una ulteriore complessificazione del modello prevede che i controllori siano due anziché uno e che ognuno tenda a massimizzare le sue preferenze, in competizione con l'altro decisore. La soluzione di un problema con tali caratteristiche sarà quindi risultato di una mediazione tra le parti piuttosto che frutto delle decisioni di un singolo controllore.
Un modello di questa natura rientra nella Teoria dei Giochi (dinamici non cooperativi) che ha come scopo la ricerca di una soluzione di equilibrio tra le parti attive.
In questo senso si può pensare alla Teoria del Controllo come caso particolare di Teoria dei Giochi, ovvero come gioco avente un solo centro decisionale.
La Teoria dei Giochi ha caratteristiche formali e risolutive molto differenti tra loro a seconda del numero dei giocatori, della possibile simmetria tra essi, della struttura delle loro informazioni, della loro volontà di collaborazione e del fatto che il gioco può svolgersi in un solo periodo o in un orizzonte temporale più ampio.
In questo lavoro verranno presi in esame soltanto giochi dinamici non cooperativi.

Nonostante la grande utilità dei modelli in questione, lo studente che voglia applicare i concetti formali contenuti in un corso universitario su Sistemi di Equazioni Differenziali, Teoria del Controllo e Teoria dei Giochi si scontra molto presto con la difficoltà relativa al calcolo delle soluzioni dei modelli di questa natura. La stessa cosa avviene per quegli studiosi di discipline economiche o aziendali che vogliano ricavare soluzioni e simulazioni da problemi formalizzati secondo quegli schemi.
Da questa riflessione nasce l'idea di costruire una serie di programmi informatici che, attraverso un'interfaccia amichevole, diano la possibilità di ricavare facilmente soluzioni e grafici dei modelli studiati.
Questo lavoro contiene, oltre a programmi di simulazione, tutte le routine necessarie ad esercitare, in modo progressivo, le tecniche studiate in un corso di Matematica per Economisti.
Vuole dunque essere strumento didattico che consenta di verificare e confrontare, passo per passo, i risultati ottenibili in modo tradizionale e contemporaneamente strumento di lavoro flessibile e potente per ricercatori e studiosi che si occupino di Teoria del Controllo e Teoria dei Giochi.
Tutti i programmi sono scritti in ambiente Matlab e quindi adatti ad essere implementati su piattaforme differenti (Unix, Macintosh, Windows) e sono visibili dall'utente con la tecnica

dell'ipertesto affinché sia possibile la modifica dei dati, lo studio e l'eventuale modifica dei listati da parte degli utenti più esperti.
Il menu grafico che raccoglie tutte le possibili opzioni del programma è invece costruito in VBA, linguaggio di programmazione ad oggetti di ultima generazione, che consente ampie possibilità grafiche in termini di comandi e impaginazione.

Nel proseguo di queste pagine verrà mostrato l'utilizzo e il contenuto dei programmi utilizzati, divisi per argomento. Per ogni possibile formalizzazione (Sistemi di Equazioni Differenziali, Teoria del Controllo e Teoria dei Giochi) verranno ricavate le soluzioni dello stesso modello economico (modello di Goodwin), complicato nelle varie fasi dall'introduzione di una o due autorità decisionali.

Indice

Sezione 1

Sezione 2

Sezione 3

Appendice

SEZIONE 1

Sistemi di equazioni differenziali:

si intendono problemi rappresentati con la notazione di tipo:

$$\dot{x}\ (t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \qquad (1)$$

$$dove \qquad \dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$$

Se il termine *B u(t)* di (1) non compare il sistema si dice omogeneo.

Se il coefficiente *A* del sistema (1) è una matrice il sistema può essere riscritto nella seguente forma:

$$\begin{cases} x_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_1(t) + a_{13}x_1(t) + \dots a_{1n}x_1(t) \\ x_2(t) = a_{21}x_2(t) + a_{22}x_2(t) + a_{23}x_2(t) + \dots a_{2n}x_2(t) \\ x_3(t) = a_{31}x_3(t) + a_{32}x_3(t) + a_{33}x_3(t) + \dots a_{3n}x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) = a_{n1}x_n(t) + a_{n2}x_n(t) + a_{n3}x_n(t) + \dots a_{nn}x_n(t) \end{cases}$$

Questi sistemi ammettono sicuramente una soluzione banale o nulla, ma possono averne altre. Ricordando che un'equazione differenziale del tipo

$y'(x) + a\,y(x) = 0$

ha come soluzione un'espressione del tipo

$y(t) = A\,e^{-\lambda t}$

la soluzione del sistema sarà il vettore di soluzioni (2) :

$x^{(i)}(t) = \xi^{(i)} e^{\lambda(i)t}$

La ricerca delle soluzioni del sistema (1) con una struttura di tipo (2) equivale alla ricerca di autovalori e autovettori della matrice *A-λI* (trasformazione di A). Le soluzioni del sistema saranno perciò:

$x^{(1)}(t) = \xi^{(1)} e^{\lambda(1)t}$

$x^{(2)}(t) = \xi^{(2)} e^{\lambda(2)t}$

$x^{(3)}(t) = \xi^{(3)} e^{\lambda(3)t}$

...

$x^{(4)}(t) = \xi^{(n)} e^{\lambda(n)t}$

dove $\xi^{(i)}$ *con* $i=1, 2 \ldots n$ sono gli autovettori corrispondenti agli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots \lambda_n$,

Le soluzioni di un sistema di equazioni differenziali omogeneo che ammetta soluzioni non nulle sono infinite in quanto, trovata una soluzione associata ad un autovalore, se ne possono ricavare infinite altre moltiplicando quella prima espressione per un qualsiasi numero reale, cioè assegnando valori reali arbitrari alla componente che compare nella espressione generale. Inoltre la combinazione lineare di soluzioni linearmente indipendenti è ancora soluzione del sistema. Ovvero, dato il sistema (1):

$$\dot{x}\ (t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$$

e date le soluzioni indipendenti $x^{(1)}(t)$ *e* $x^{(2)}(t)$, la loro combinazione lineare

$$c_1 x^{(1)}(t) + c_2 x^{(2)}(t)$$

è ancora soluzione del sistema. La soluzione (3)

$$x(t) = c_1 x^{(1)}(t) + c_2 x^{(2)}(t)$$

è detta soluzione generale del sistema (1). Se poi è dato un vettore di condizioni iniziali

$$x(t_0) = x_0$$

allora esiste ed è unica la soluzione del sistema che verifica la condizione iniziale data.

La matrice partizionata:

$$X(t) = [\, x^{(1)}(t) : x^{(2)}(t)\,]$$

è detta Matrice Fondamentale delle soluzioni di un sistema di equazioni differenziali. Viene invece definita come Matrice di Transizione la matrice:

$$\phi(t, t_0) = X(t)\, X^{-1}(t_0)$$

essendo, dalla (3)

$$x(t) = X(t)\, c \qquad \textit{e anche} \qquad x(t_0) = X(t_0)\, c$$

la soluzione generale del sistema può essere quindi riscritta come:

$$x(t) = \phi(t, t_0)\, x(t_0)$$

Per una descrizione esauriente delle soluzioni dei sistemi di equazioni differenziali si veda [1].

Il procedimento per la risoluzione dei sistemi di equazioni differenziali lineari omogenei consiste dunque dei seguenti passaggi logici:

1. Rappresentazione del sistema in forma matriciale ed individuazione della matrice dei coefficienti A
2. Calcolo degli autovalori della matrice $A - \lambda I$ (valori che annullano il determinante della trasformazione della matrice dei coefficienti).
3. Sostituzione degli autovalori nella matrice e calcolo degli autovettori di $A - \lambda I$.
4. Individuazione dei vettori soluzione (dati dalla moltiplicazione degli autovettori per $e^{\lambda(t)}$ e della Matrice Fondamentale delle soluzioni $X(t)$.
5. Calcolo della matrice fondamentale al tempo iniziale $X(t_0)$ e della sua inversa $X^{-1}(t_0)$
6. Calcolo della Matrice di Transizione $\phi(t, t_0) = X(t)\, X^{-1}(t_0)$ e dell'espressione dell'integrale generale del sistema
7. Calcolo dell'eventuale soluzione particolare del sistema dato un vettore di condizioni iniziali $x(t) = \phi(t, t_0)\, x(t_0)$

PROGRAMMA DI SIMULAZIONE

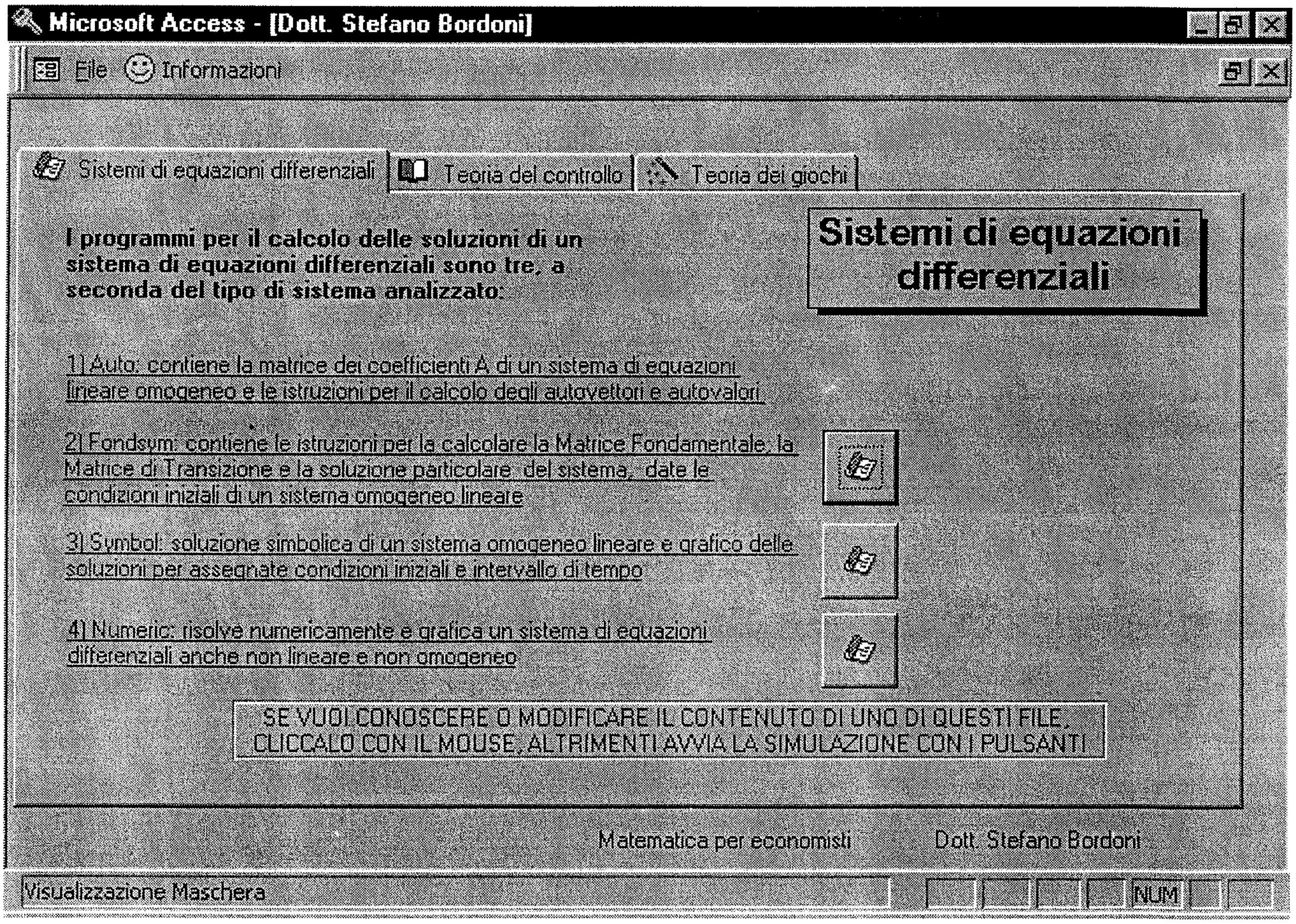


Figura 1

Nel primi due punti (file) riportati dall'interfaccia del programma di simulazione (Fig. 1) oggetto di questo lavoro, vengono eseguiti tutti i passaggi precedentemente elencati, oltre al grafico della soluzione particolare del sistema, avvenuto l'inserimento del vettore di condizioni iniziali. A seconda delle caratteristiche del sistema, potranno essere utilizzati i programmi che ricavano la soluzione simbolica o, nel caso di sistemi non omogenei o non lineari, la soluzione numerica. Più precisamente i file eseguono:

- Auto.m: permette l'inserimento della matrice A dei coefficienti, come dato di partenza del sistema da risolvere scritto in forma matriciale e ne calcola autovalori e autovettori (la sintassi è quella del calcolo numerico, che differisce dal calcolo simbolico usato successivamente)
- Fondsym.m: calcola autovalori e autovettori di una matrice dei coefficienti A di un sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo in forma simbolica, i vettori soluzione, la Matrice Fondamentale delle soluzioni, la Matrice di Transizione, l'integrale generale del sistema e, inserite durante lo svolgimento della procedura le condizioni iniziali, la soluzione particolare in funzione di t. Ricavate le soluzioni e definito l' intervallo di tempo, il programma costruisce il grafico dell'andamento delle soluzioni nel tempo e nel piano delle fasi.
- Symbol.m: come il programma precedente calcola la soluzione particolare di un sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo in forma simbolica, date le condizioni iniziali e costruisce il grafico dell'andamento delle soluzioni nel tempo e nel piano delle fasi. La differenza rispetto alla routine Fondsym è che in questo caso vengono usate funzioni precostituite di Matlab (Dsolve) per la soluzione dei sistemi di equazioni differenziali, senza la possibilità di controllare i risultati intermedi.
- Numeric: permette di risolvere numericamente sistemi di equazioni differenziali non omogenei e non lineari e costruisce il grafico dei risultati.

I nomi dei file e le brevi descrizioni ad essi associate, consentono di richiamare con la tecnica dell'ipertesto il contenuto dei file corrispondenti, prima della loro esecuzione, per una maggior comprensione o modifica dell'impostazione del problema e dei dati.
I tre pulsanti di comando presenti a fianco degli ultimi nomi di file consentono invece di avviare le procedure di soluzione del modello in analisi.

Per maggiori informazioni sui file, consultare gli esempi e i listati dei programmi in appendice a questa sezione.

ESEMPIO DI UTILIZZO DEI PROGRAMMI

1. Fondsym.m

```
Autovalori  di A=[1 1;4 1];

L1 =-1
L2 =3

Matrice Fondamentale

M =
[    exp(-t),    exp(3*t)]
[ -2*exp(-t), 2*exp(3*t)]

F è la matrice fondamentale M al tempo t0, F0 la sua inversa

F =

     1     1
    -2     2

F0 =

    0.5000   -0.2500
    0.5000    0.2500

matrice di transizione

FI =

[1/2*exp(-t)+1/2*exp(3*t), -1/4*exp(-t)+1/4*exp(3*t)]
[       -exp(-t)+exp(3*t),  1/2*exp(-t)+1/2*exp(3*t)]

vuoi ricavare una soluzione particolare? (s/n)  s

inserisci x1(0) = 5

inserisci x2(0) = 6

S =

[   exp(-t)+4*exp(3*t)]
[-2*exp(-t)+8*exp(3*t)]


x1 =

exp(-t)+4*exp(3*t)
```

x2 =

-2*exp(-t)+8*exp(3*t)

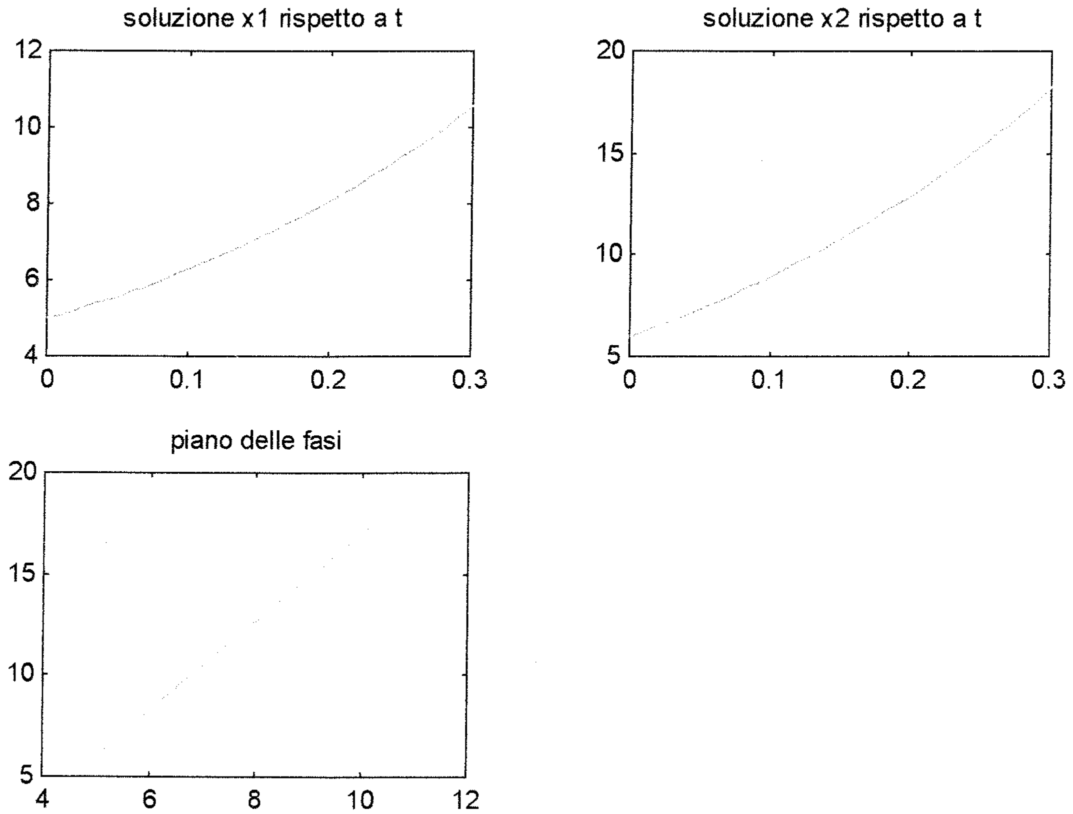


Figura 2

2. Symbol.m

x =

exp(-t)+4*exp(3*t)

y =

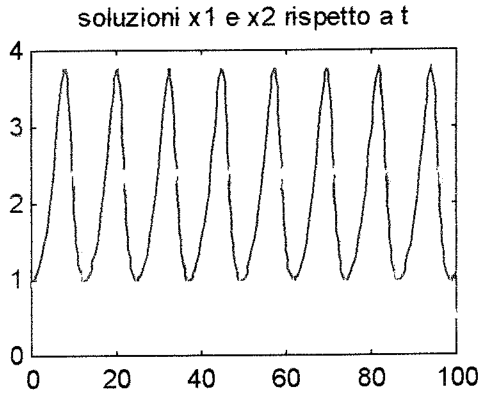
-2*exp(-t)+8*exp(3*t)

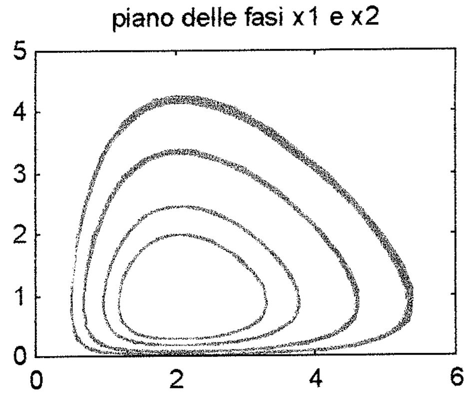
Il grafico è ovviamente identico a quello riportato in Figura 2 (il sistema studiato è lo stesso) e pertanto viene omesso

3. Numeric.m : quest'ultimo programma ci consente di studiare il modello del ciclo economico di Goodwin, che verrà analizzato in questa sezione come sistema di equazioni differenziali e nelle sezioni successive come modello per l'applicazione della teoria del controllo e della teoria dei giochi . Il sistema studiato assume l'espressione

```
function xprim =tutto (t,x)
xprim(1)= (1/3-(0.04)-x(2)/3)*x(1);
xprim(2)= (0.5*x(1)-1.04)*x(2);
```

per la quale si rimanda a [2] e, in questa prima fase, non contiene alcuna variabile di controllo. Il grafico delle soluzioni ricavate per punti (dalla routine Numeric) è dunque :





Bibligrafia relativa alla prima sezione

[1] Boyce W. E. and Di Prima R.C., Elementary differential equations and boundary value problems, John Wiley & Sons, New York, 1986
[2] Goodwin R., A Growth Cycle, in Feinstein C.H. Socialism, Capitalism and Economic Growth, essays presented to Maurice Dobb, Cambridge University Press, cambridge, 1967

SEZIONE 2

Teoria del controllo ottimo:

Un problema può essere inserito in un modello di studio di Teoria del controllo se è rappresentabile da una struttura matematica del tipo:

$$\dot{x}\ (t) = f(x(t), u(t)) \qquad (1)$$

In questo modello *x(t)* è il vettore degli stati del sistema e ne costituisce la variabile endogena, mentre *u(t)* rappresenta il vettore dei controlli (o delle decisioni) ed è variabile esogena, in quanto utilizzato per intervenire sulla dinamica del sistema. Se, ad esempio, *x(t)* rappresenta la traiettoria di un aereo, la *u(t)* rappresenta il modello del meccanismo che permette di riportare alla traiettoria voluta l'aereo che da questa abbia deviato.
In questo lavoro non vengono considerate le forme discrete e stocastiche del modello in esame.
Sull'osservabilità e controllabilità di un sistema si vedano [1] e [2]
Oltre alla dinamica, un modello di T.d.C comprende una Funzione Obiettivo (o di preferenza), espressa nella forma

$$J = \int_t^T g(x(t), u(t))dt + G[x(T)] \qquad (2)$$

Si definisce problema di Controllo Ottimo la ricerca di quel vettore di funzioni $u^*(t)$, che minimizza o massimizza, a seconda del tipo di problema, la funzione obiettivo J e, nello stesso tempo, soddisfa il vincolo della dinamica del sistema.
Il procedimento adottato per ricavare la soluzione di un problema di questo tipo è analogo a quello della ricerca di un massimo o minimo vincolato di una funzione a due variabili, che può essere riassunta nel modo seguente:
Data la funzione a due variabili

$$z = f(x,y)$$

col vincolo

$$g(x,y) = 0$$

la ricerca di un punto di massimo o minimo che soddisfi il vincolo, equivale alla ricerca del massimo o minimo della Funzione Lagrangiana così definita:

$$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda' g(x,y)$$

dove λ è il moltiplicatore e parametro di Lagrange. Per determinare i punti in cui L (x,y,λ) ha massimi o minimi, si cercano i valori di x,y,λ che rendono nulle le tre derivate parziali della funzione Lagrangiana, cioè che soddisfano il sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{dL}{dx} = 0 \\ \dfrac{dL}{dy} = 0 \\ \dfrac{dL}{d\lambda} = 0 \end{cases}$$

Risolvendo questo sistema rispetto a *x, y e* λ, si ottengono i valori della funzione che la massimizzano (o minimizzano), sotto il vincolo dato.
Analogamente si procede nella risoluzione dei problemi di controllo ottimo, attraverso l'introduzione della Funzione Hamiltoniana, così definita:

$$H(x,u,p) = g(x,u) + p' f(x,u)$$

dove $g(x,u)$ è la funzione integranda della funzione obiettivo J e $f(x,u)$ il secondo membro della dinamica del sistema, moltiplicata per il vettore di variabili aggiuntive (o di costato) $p(t)'$.
Le stesse condizioni utilizzate nel caso (statico) della Lagrangiana, vengono applicate per la ricerca delle soluzioni del problema di massimo o minimo vincolato nel caso (dinamico) della funzione Hamiltoniana. Tali condizioni sono note come Principio del minimo di Pontryagin.

$$\begin{cases} \dot{p} = -\dfrac{dH}{dx} \quad con\, condizione\; p(T) = \dfrac{dG[x(T)]}{dx(T)} & (3) \\ \dfrac{dH}{du} = 0 & (4) \\ \dot{x} = \dfrac{dH}{dp} \quad con\, condizione\; x(t_0) = x_0 & (5) \end{cases}$$

Da tale sistema si ricava il vettore dei controlli ottimi $u^*(t)$, la corrispondente traiettoria ottima del vettore dei moltiplicatori $p^*(t)$ e delle variabili di stato $x^*(t)$.

Il procedimento per la risoluzione di un problema di controllo ottimo consiste dunque dei seguenti passaggi logici:

1. Dato il sistema e la funzione obiettivo, si ricava la funzione Hamiltoniana per la ricerca delle soluzioni ottime
2. Si deriva H rispetto a u e si risolve l'equazione ottenuta rispetto a u ottenendo u*
3. Si deriva H rispetto a x si sostituisce a u la sua espressione ottima u*, precedentemente calcolata, ricavando in questo modo il vettore ottimo p*
4. Si deriva H rispetto a p (riottenendo l'espressione del sistema dato) e si sostituiscono le u e le p con le corrispondenti espressioni ottime u* e p*

In realtà, ricavate le espressioni dei controlli ottimi u*, queste vengono sostituite in 3) e 5), ottenendo così un sistema di equazioni differenziali di m equazioni in p ed n equazioni in x.
Nel caso in cui il sistema ricavato di m+n equazioni differenziali sia lineare, sarà possibile ottenere, note le condizioni iniziali della 3) e finali della 5), la soluzione con le tecniche descritte al capitolo precedente.
Nel caso in cui invece compaiano al secondo membro del sistema termini incrociati, non sarà possibile ricavare la soluzione formale del sistema ed possibile ottenere unicamente una soluzione approssimata per punti. Questo procedimento è quello utilizzato dal programma di simulazione in esame.

PROGRAMMA DI SIMULAZIONE

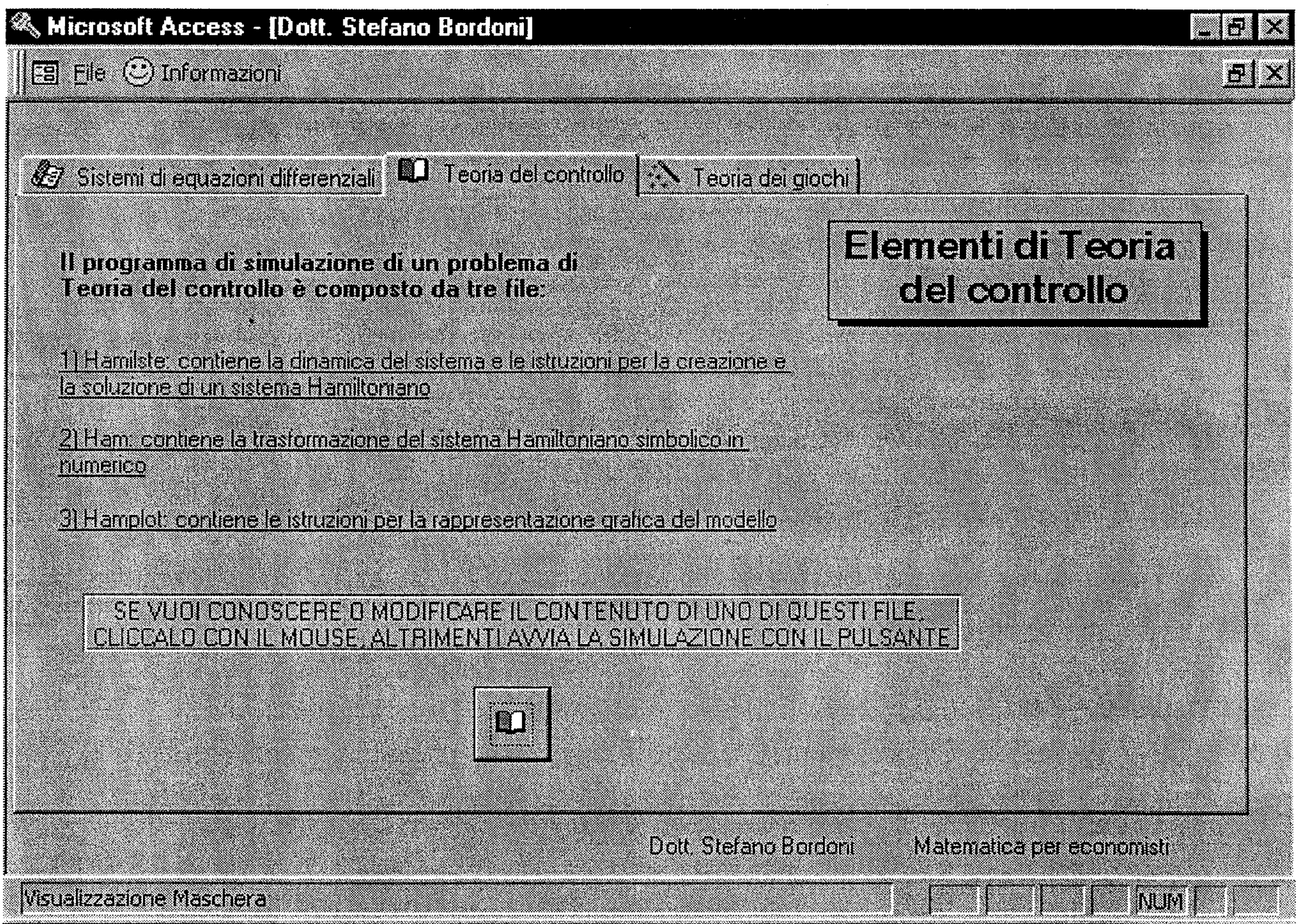


Figura 2

Il programma di simulazione rende possibile la soluzione numerica e il grafico delle soluzioni di un problema di controllo ottimo espresso in forma simbolica ed è suddiviso in tre fasi (files) distinte (fig.2).

- Hamilste.m : vengono inseriti il sistema e la funzione obiettivo che caratterizzano il problema in esame. La parte successiva del programma permette di costruire la funzione Hamiltoniana, le sue derivate parziali rispetto a u, x e p, e ricavare in forma simbolica le equazioni del sistema Hamiltoniano.
- Ham.m: converte le equazioni differenziali contenute nel sistema Hamiltoniano in espressioni numeriche.
- Hamplot.m : risolve per punti il sistema contenuto al file precedente (Ham) e costruisce i grafici delle soluzioni.

L'utente può modificare i dati contenuti nel primo file (dinamica del sistema e funzione obiettivo) e/o quelli del terzo (intervallo di tempo e condizioni iniziali), editabili con la consueta tecnica dell'ipertesto.
L'unico pulsante di comando presente nella videata del programma consente viceversa di avviare la simulazione con i dati di default.

Per maggiori informazioni sui file, consultare i listati dei programmi e gli esempi in appendice a questa sezione.

ESEMPIO DI UTILIZZO DEI PROGRAMMI

L'unico pulsante di comando presente su questo argomento, consente di risolvere in modo sequenziale tutte le fasi del problema precedentemente descritte. Il modello studiato è una variante del modello di Goodwin, già presentato nella sezione dedicata allo studio dei sistemi di equazioni differenziali. In questa versione, ad una dinamica modificata dall'inserimento di una variabile di controllo, viene inserita la funzione obiettivo che il decisore tende ad ottimizzare. Le equazioni del modello sono quelle elencate precedentemente e cioè:

dinamica del sistema:
x='-1/3*u2*x2+0.04'
y='u1*x1-1/2'

funzione obiettivo:
J='1/2*(x1*u1^2+x2*u2^2)'

I risultati ottenuti avviando la simulazione sono i seguenti:

```
x =

-1/3*u2*x2+0.04


y =

u1*x1-1/2


J =

1/2*(x1*u1^2+x2*u2^2)


H =

(-.333333*u2*x2+4.0e-2)*p1+(u1*x1-.500000)*p2+.500000*x1*u1^2+.500000*x2*u2^2


u1 =

(-1.*p2)


u2 =

(.3333330000000000*p1)

p1 =

.500000*x(2)^2
```

p2 =

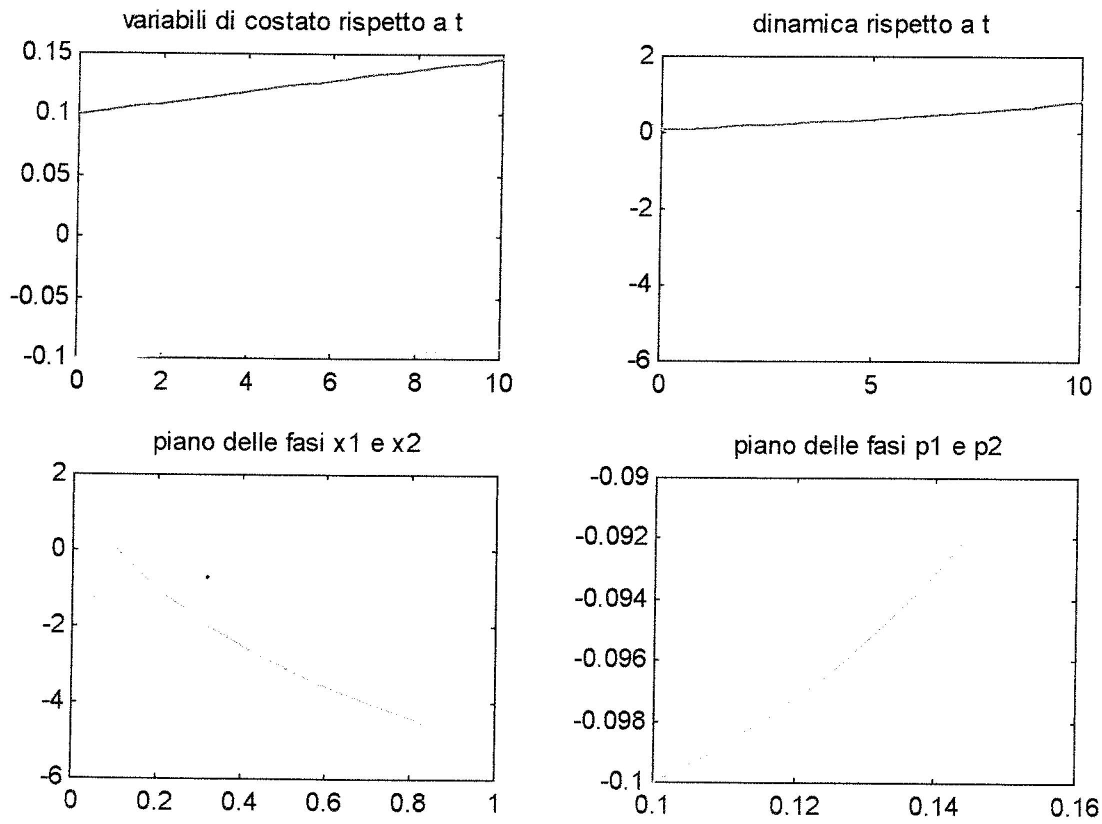
5.555544444450000e-2*x(1)^2

x1 =

-.333333*(.3333330000000000*x(1))*x(4)+4.0e-2

x2 =

(-1.*x(2))*x(3)-.500000



Bibligrafia relativa alla seconda sezione

[1] Kalman, R.E., Contribution to the theory of optimal control, Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana, 5:102-19, 1960

[2] Petit, M.L, Control theory and dynamic games in economic policy analisys, Cambridge University Press, Melabourne, 1990

SEZIONE 3

Teoria dei giochi (dinamici non cooperativi):

E' possibile considerare un problema di Teoria dei giochi come l'evoluzione ad n centri decisionali di un problema di Teoria del controllo. Così come nella Teoria del controllo vengono inserite una variabile aggiuntiva nella dinamica del sistema ed una funzione obiettivo che il decisore cerca di ottimizzare, in questo caso verranno inserite nel sistema n variabili aggiuntive ed n funzioni obiettivo in relazione al numero n dei giocatori. Nel caso di un gioco a due giocatori, il modello è rappresentabile da una struttura matematica del tipo:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u_1(t), u_2(t)) \qquad (1)$$

con le due funzioni obiettivo:

$$J_1 = \int_t^T g_1(x(t), u_1(t), u_2(t))dt + G_1[x(T)]$$

$$J_2 = \int_t^T g_2(x(t), u_1(t), u_2(t))dt + G_1[x(T)]$$

La soluzione di un gioco di questa natura può essere differente in relazione alla propensione dei giocatori alla collaborazione e alla struttura delle informazioni in loro possesso.
In questo caso, come già citato, ci si occuperà di soluzioni di tipo Nash, cioè di soluzioni dove non esista la volontà o la possibilità di collaborazione tra i giocatori. Per una esauriente descrizione dei giochi dinamici non cooperativi si veda [1] e [2].
Un equilibrio di Nash è definito da un vettore di controlli (strategie, decisioni)

$$u^*(t) = (u^*_1(t), u^*_2(t))$$

tale per cui

$$J_1(u^*_1(t), u^*_2(t)) \leq J_1(u_1(t), u^*_2(t))$$
e
$$J_2(u^*_1(t), u^*_2(t)) \leq J_2(u^*_1(t), u_2(t))$$

dove il primo giocatore ha il suo miglior risultato in corrispondenza di $u^*_1(t)$, qualora il secondo tenga costante la sua strategia $u^*_2(t)$ e viceversa.
In questa situazione ogni giocatore , supponendo che l'altro continui a giocare la strategia $u^*_i(t)$, non ha interesse a cambiare per non peggiorare il proprio risultato. La soluzione di Nash funziona come deterrente dal modificare unilateralmente la propria strategia ed è pertanto la soluzione più appropriata nei casi di simmetria e contemporaneità nella posizione e nella struttura delle informazioni dei giocatori.
Il calcolo della soluzione di Nash comporta, come per i problemi di controllo ottimo, l'identificazione della funzione Hamiltoniana e l'elaborazione del sistema hamiltoniano, calcolato per ognuno dei due giocatori. In un gioco le funzioni Hamiltoniane e le regole di derivazione del principio di Pontryagin assumo la forma:

$$H_i(x, u_1, u_2, p_i) = g_i(x, u_1, u_2) + p_i' f(x, u_1, u_2)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_i = -\dfrac{d H_i}{d x} \quad & \text{con condizione } p(T) = \dfrac{dG[x(T)]}{dx(T)} \\ \dfrac{d H_i}{d u_i} = 0 & \\ \dot{x} = \dfrac{d H_i}{d p_i} & \text{con condizione } x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

e danno vita ad un sistema di equazioni differenziali in p_i e x. Nel caso di due giocatori (i=2) il sistema presenta due equazioni per il calcolo delle variabili aggiuntive del primo giocatore, due per quelle del secondo e le due che compongono la dinamica del sistema.

Come per il caso del controllo ottimo, anche nella Teoria dei giochi si ricava da tale sistema il vettore dei controlli ottimi u*(t), la corrispondente traiettoria ottima del vettore dei moltiplicatori p*(t) e delle variabili di stato x*(t).

Il procedimento per la risoluzione di un gioco dinamico non cooperativo a due giocatori consiste dunque dei seguenti passaggi logici:

1. Dato il sistema e la funzione obiettivo, si ricavano le funzioni Hamiltoniane (una per ogni giocatore) per la ricerca delle soluzioni ottime
2. Si deriva H_1 rispetto a u_1 e si risolve l'equazione ottenuta rispetto a u_1 ottenendo u_1*
3. Si deriva H_2 rispetto a u_2 e si risolve l'equazione ottenuta rispetto a u_2 ottenendo u_2*
4. Si deriva H_1 rispetto a x si sostituisce a u_1 e u_2 la relativa espressione ottima u_1* e u_2*, precedentemente calcolata, ricavando in questo modo il vettore ottimo p_1*
5. Si deriva H_2 rispetto a x si sostituisce a u_1 e u_2 la relativa espressione ottima u_1* e u_2*, precedentemente calcolata, ricavando in questo modo il vettore ottimo p_2*
6. Si deriva H rispetto a p (riottenendo l'espressione del sistema dato) e si sostituiscono le u e le p con le corrispondenti espressioni ottime u* e p*. (E' indifferente derivare H_1 rispetto a p_1 o H_2 rispetto a p_2, in quanto entrambe restituiscono la dinamica del sistema.

Dal punto di vista del procedimento di calcolo, vale il discorso già fatto a proposito del controllo ottimo. Il sistema di equazioni differenziali di m equazioni in p ed n equazioni in x che si ottiene sostituendo le espressioni dei controlli ottimi u*, è risolvibile simbolicamente soltanto se il sistema è lineare.
In caso contrario l'unica soluzione possibile è quella numerica, assegnate le condizioni iniziali del sistema e l'intervallo per il calcolo delle soluzioni. Questo procedimento è quello utilizzato dal programma di simulazione in esame.

PROGRAMMA DI SIMULAZIONE

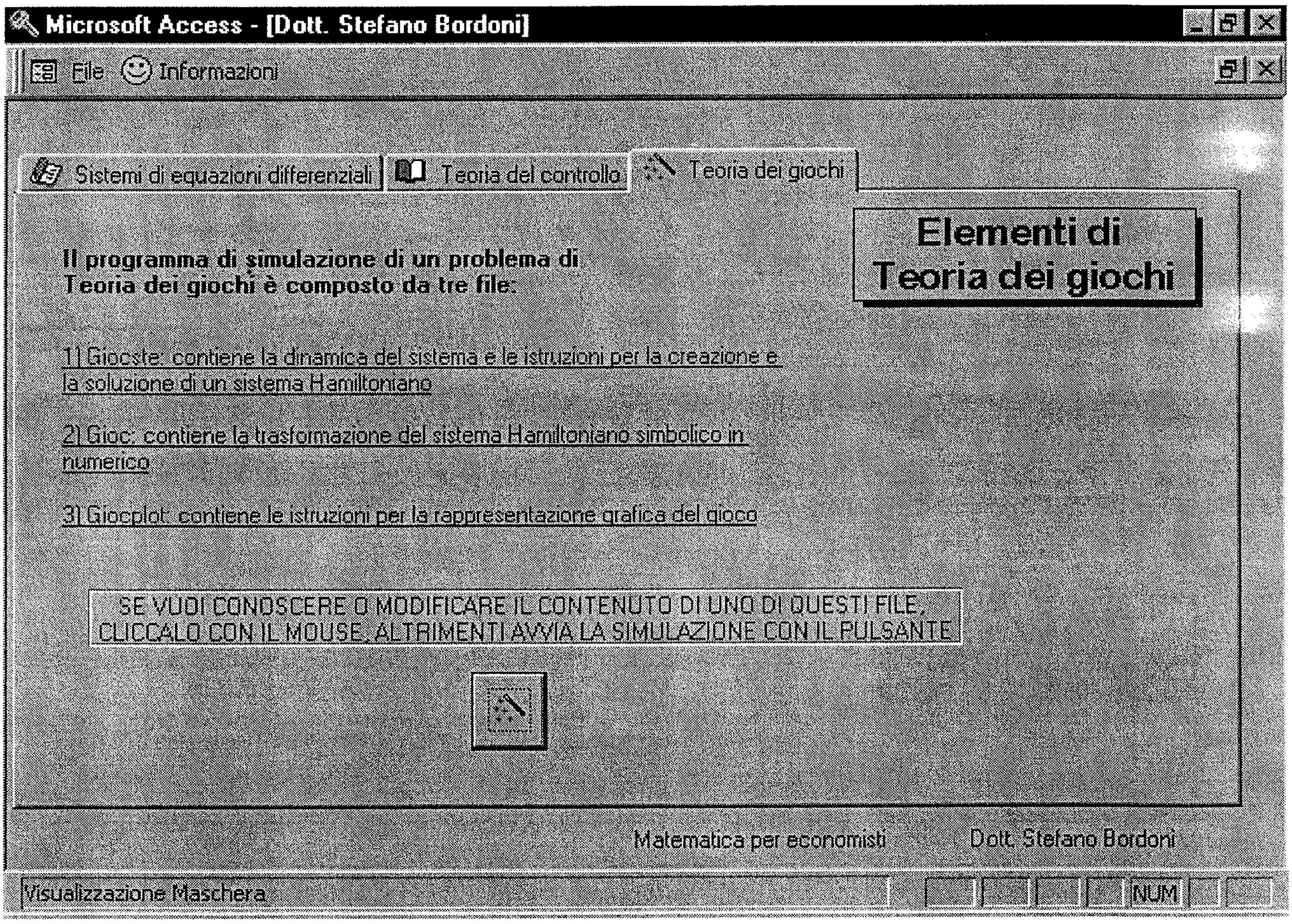


Figura 3

Il programma di simulazione rende possibile la soluzione numerica e il grafico delle soluzioni di un problema di gioco dinamico non cooperativo (a due giocatori) espresso in forma simbolica ed è suddiviso in tre fasi (files) distinte (fig.3).

- Giocste.m : vengono inseriti il sistema e le funzioni obiettivo che caratterizzano il problema in esame. La parte successiva del programma permette di costruire le funzioni Hamiltoniane dei due giocatori, le rispettive derivate parziali rispetto a u_1 e u_2, x_1 e x_2 e p e ricava in forma simbolica le sei equazioni del sistema Hamiltoniano.
- Gioc.m: converte le equazioni differenziali contenute nel sistema Hamiltoniano in espressioni numeriche.
- Gioclot.m : risolve per punti il sistema contenuto al file precedente (Ham) e costruisce i grafici delle soluzioni.

L'utente può modificare i dati contenuti nel primo file (dinamica del sistema e funzioni obiettivo) e/o quelli del terzo (intervallo di tempo e condizioni iniziali), editabili con la consueta tecnica dell'ipertesto.
L'unico pulsante di comando presente nella videata del programma consente viceversa di avviare la simulazione con i dati di default.

Per maggiori informazioni sui file, consultare i listati dei programmi e gli esempi in appendice a questa sezione.

ESEMPIO DI UTILIZZO DEI PROGRAMMI

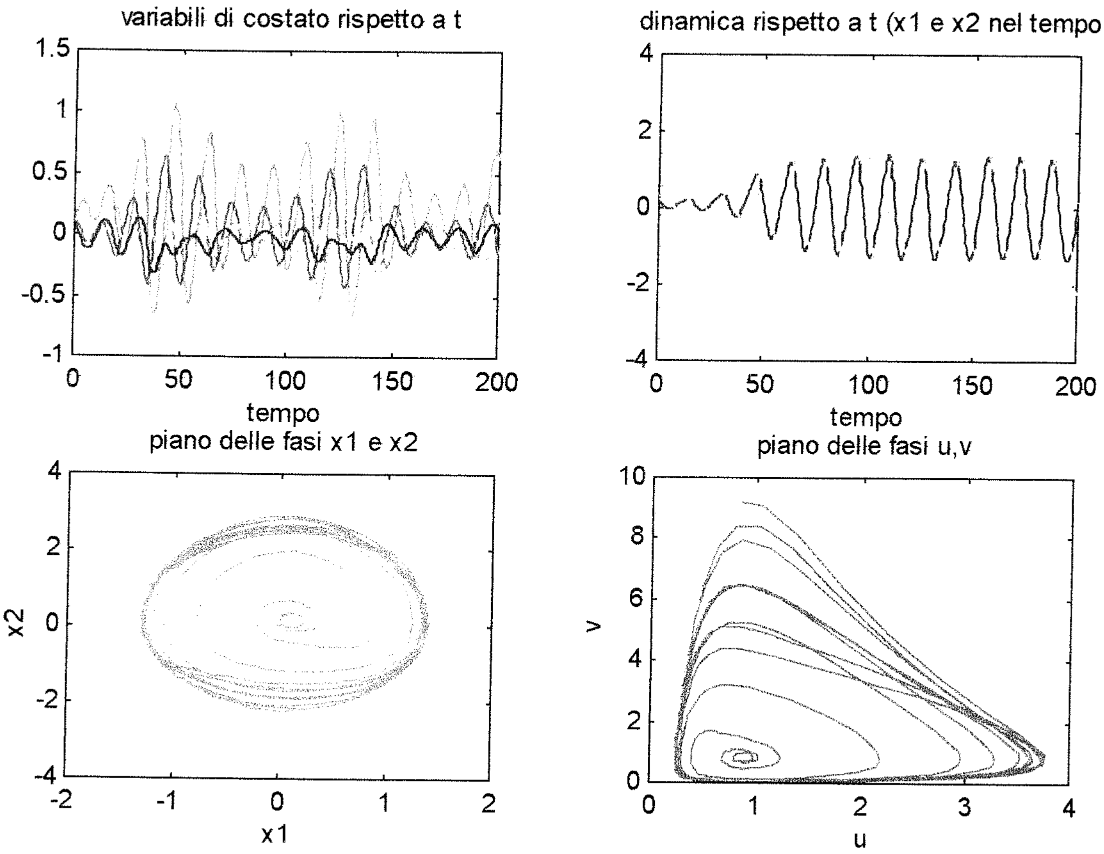
L'unico pulsante di comando presente su questo argomento, consente di risolvere in modo sequenziale tutte le fasi del problema precedentemente descritte. Il problema analizzato è ancora una volta il modello di Goodwin, nella versione di gioco differenziale [3]. Non è negli obiettivi di questo lavoro ripercorrere le numerose soluzioni possibili già ampiamente discusse nella letteratura su questo argomento, quanto piuttosto evidenziare come, con lo stesso strumento informatico, sia possibile effettuare simulazioni all'interno della stessa logica risolutiva o anche variando la natura del problema in esame. Un esempio della flessibilità di questo programma è dato dalla possibilità di confrontare lo stesso modello economico come semplice sistema dinamico (vedi sezione 1) o immerso in un contesto di controllo ottimo (vedi sezione 2) o teoria dei giochi. Le equazioni della dinamica del sistema e le funzioni obiettivo sono quelle studiate da Ricci [4] e presentate nel listato del file giocste.m:

```
% dinamica del sistema
x='-1/3*u2*x2+0.04'
y='u1*x1-0.076'

% funzioni obiettivo
J1='1/2*(x1*(0.72-u1)^2+x2*(1-u2)^2)'
J2='1/2*(x1*(0.62-u1)^2+x2*(0.7-u2)^2)'
```

I risultati ottenuti avviando la simulazione sono i seguenti:

```
x =

-1/3*u2*x2+0.04


y =

u1*x1-0.076


J1 =

1/2*(x1*(0.72-u1)^2+x2*(1-u2)^2)


J2 =

1/2*(x1*(0.62-u1)^2+x2*(0.7-u2)^2)


H =

(-.333333*u2*x2+4.0e-2)*p1+(u1*x1-7.6e-2)*p2+.500000*x1*(.72-1.*u1)^2+.500000*x2*(1.-
1.*u2)^2
```

```
K =

(-.333333*u2*x2+4.0e-2)*p3+(u1*x1-7.6e-2)*p4+.500000*x1*(.62-1.*u1)^2+.500000*x2*(.7-
1.*u2)^2

u1 =

(-1.*(x1*p2-.7200000000000000*x1)/x1)

u2 =

(-1.*(-.3333330000000000*x2*p3-.7000000000000000*x2)/x2)

p1 =

(-1.*(x1*p2-.7200000000000000*x1)/x1)*p2+.500000*(.72-1.*(-1.*(x1*p2-
.7200000000000000*x1)/x1))^2

p2 =

-.333333*(-1.*(-.3333330000000000*x2*p3-.7000000000000000*x2)/x2)*p1+.500000*(1.-1.*(-
1.*(-.3333330000000000*x2*p3-.7000000000000000*x2)/x2))^2

p3 =

(-1.*(x1*p2-.7200000000000000*x1)/x1)*p4+.500000*(.62-1.*(-1.*(x1*p2-
.7200000000000000*x1)/x1))^2

p4 =

-.333333*(-1.*(-.3333330000000000*x2*p3-.7000000000000000*x2)/x2)*p3+.500000*(.7-1.*(-
1.*(-.3333330000000000*x2*p3-.7000000000000000*x2)/x2))^2

x1 =

-.333333*(-1.*(-.3333330000000000*x(6)*x(3)-.7000000000000000*x(6))/x(6))*x(6)+4.0e-2

x2 =

(-1.*(x(5)*x(2)-.7200000000000000*x(5))/x(5))*x(5)-7.6e-2
```



Bibligrafia relativa alla terza sezione

[1] Basar t. and G.J. Olsder, Dinamic noncooperative game theory, Academic Press, London 1983
[2] Nash, John F., Noncooperative Games, annals of Mathematics, 54 ,1951, n.2, pp. 286-295
[3] Balducci R., Candela G. and Ricci G., A generalization of R. Goodwin model with rational behaviour of economic agents, in R. M. Goodwin, M. Kruger and A. Vercelli (eds.9, Nonlinear Models of fluctuating growth, Lecture notes in economic and mathematical systems, Vol 228, Springer -Verlag Berlin, 1984.
[4] Ricci G., A differential game of capitalism: a simulation approach, Studi e Ricerche del Dipartimento di Economia politica, n. 24, Università degli studi di Modena, 1985.

APPENDICE ALLA SEZIONE 1

Routine utilizzate nella sezione relativa ai sistemi di equazioni differenziali

1. Auto.m

```
% Scopo di questo programma è di calcolare
% autovettori e autovalori di una matrice
% numerica A dichiarata come variabile globale
% per un utilizzo successivo

global A
global eigenvalues
global eigenvectors
A=[2 1; 4 1]
[eigenvectors, eigenvalues]=eig(A)
```

2. Fondsym.m

```
% Scopo di questo programma è di calcolare
% la matrice fondamentale M e la matrice di transizione
% FI di un sistema di equazioni differenziali omogeneo.
% la matrice dei coefficienti A è quella dell'esercizio
% di pag 7 della dispensa del corso di matematica per
% economisti ma può essere modificata a piacere.
% Inserendo un vettore di condizioni iniziali
% è possibile ricavare una sol. particolare

global eigenvectors
global eigenvalues

A=[1 1;4 1];   % cambia qui i coefficienti

[V,E]=eigensys(A);
L1=sym(E,1,1)
L2=sym(E,2,1)
esp1=symmul(L1,'t');
esp2=symmul(L2,'t');
M=symmul(V,'exp(esp)');
m1=strrep(sym(M,1,1),'esp',esp1);
m2=strrep(sym(M,2,1),'esp',esp1);
m3=strrep(sym(M,1,2),'esp',esp2);
m4=strrep(sym(M,2,2),'esp',esp2);
M = sym(M,1,1,m1);
M = sym(M,2,1,m2);
M = sym(M,1,2,m3);
M = sym(M,2,2,m4)
m1=sym(M,1,1);
m2=sym(M,1,2);
m3=sym(M,2,1);
m4=sym(M,2,2);
t=0;
```

```
m1=eval(m1);
m2=eval(m2);
m3=eval(m3);
m4=eval(m4);
%calcolo della fondamentale in t0 e della sua inversa
'F è la matrice fondamentale al tempo t0'
F=[m1 m2;m3 m4]
F0=inv(F)

'matrice di transizione'
FI=symmul(M,F0)

% inserisci le condizioni iniziali
r=input('vuoi ricavare una soluzione particolare? (s/n)  ','s');
if r=='s'
x1=input('inserisci x1(0) = ');
x2=input('inserisci x2(0) = ');
X=[x1;x2];
S=symmul(FI,X)
s1=sym(S,1,1)
s2=sym(S,2,1)
t=0:0.01:0.3;
s2=eval(s2);
s1=eval(s1);
subplot(2,2,1);
plot(t,s1);title('soluzione x1 rispetto a t');
subplot(2,2,2);
plot(t,s2);title('soluzione x2 rispetto a t');
subplot(2,2,3);
plot(s1,s2);title('piano delle fasi');
set(gcf,'position',[1 1 900 900])
        set(gcf,'name','Dott.Stefano Bordoni')
        set(gcf,'NumberTitle','off')
end
```

3. Symbol.m

```
% Lo scopo di questo programma è di risolvere
% un sistema di equazioni differenziali simboliche
% con il comando dsolve. Se vengono inserite le
% condizioni iniziali e un intervallo di tempo
% è possibile ricavare il grafico delle soluzioni

[x,y] = dsolve('Dx = x + y', 'Dy = 4*x +y','x(0)=5', 'y(0)=6')
t=0:0.001:0.3;
x1=eval(x);
y1=eval(y);
subplot(2,2,1);
plot(t,x1);title('soluzione x1 rispetto a t');
subplot(2,2,2);
plot(t,y1);title('soluzione x2 rispetto a t');
```

```
subplot(2,2,3);
plot(x1,y1);title('piano delle fasi');
set(gcf,'position',[1 1 900 700])
        set(gcf,'name','Dott.Stefano Bordoni')
        set(gcf,'NumberTitle','off')
```

4. Numeric.m

```
function xprim =tutto (t,x)
xprim(1)= (1/3-(0.04)-x(2)/3)*x(1);
xprim(2)= (0.5*x(1)-1.04)*x(2);

% questo programma consente di calcolare e graficare
% le soluzioni del sistema di equazioni differenziali
% non lineare non omogeneo Numeric.
% La sintassi del comando ode23
% consente di modificare l'intervallo di tempo (0,10)
% e la condizioni iniziali

[t,x]=ode23 ('tutto',0,100,[1;1]);
subplot(2,2,1); plot (t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'c');
title('soluzioni x1 e x2 rispetto a t')
subplot (2,2,2);plot (x(:,1),x(:,2),'m');
title('piano delle fasi x1 e x2')
hold on ;
[t,x]=ode23 ('good',0,100,[2;2]);
subplot (2,2,2);plot (x(:,1),x(:,2),'m');
hold on
[t,x]=ode23 ('good',0,100,[3;3]);
subplot (2,2,2);plot (x(:,1),x(:,2),'m')
hold on
[t,x]=ode23 ('good',0,100,[3.5;3.5]);
subplot (2,2,2);plot (x(:,1),x(:,2),'m')
set(gcf,'position',[1 1 900 1000]);
        set(gcf,'name','Dott.Stefano Bordoni');
        set(gcf,'NumberTitle','off');
```

APPENDICE ALLA SEZIONE 2

Routine utilizzate nella sezione relativa ai problemi di controllo ottimo

1. Hamilste.m

```
% Scopo di questo programma è
% 1) l'inserimento del sistema di equazioni differenziali
% 2) l'inserimento della funzione obiettivo
% Il calcolo:
% a) della funzione Hamiltoniana
% b) delle sue derivate parziali rispetto ad u,x e p
% c) del sistema Hamiltoniano in forma simbolica

function [x1,x2,p1,p2]=hamilste(t,x)
global p1
global p2
global x1
global x2

% equazioni che compongono il modello:
% dinamica del sistema:
x='-1/3*u2*x2+0.04'          % inserisci qui
y='u1*x1-1/2'                % le variazioni

%funzione obiettivo:          % al sistema e alla
J='1/2*(x1*u1^2+x2*u2^2)'    % funzione obiettivo

x1=symmul(x,'p1');
x2=symmul(y,'p2');

H1=symadd(x1,x2);
H2=symadd(H1,J);
H=vpa(H2,6)
pause
uuno=diff(H,'u1');
u1=solve(uuno,'u1');
u1=['(',u1,')']
udue=diff(H,'u2');
u2=solve(udue,'u2');
u2=['(',u2,')']
p1=diff(H,'x1')
p1=strrep(p1,'u1',(u1));
p1=strrep(p1,'u2',(u2))
p2=diff(H,'x2')
p2=strrep(p2,'u1',(u1));
p2=strrep(p2,'u2',(u2))
x1=diff(H,'p1')
x1=strrep(x1,'u1',(u1));
x1=strrep(x1,'u2',(u2))
x2=diff(H,'p2')
```

```
x2=strrep(x2,'u1',(u1));
x2=strrep(x2,'u2',(u2))

p1=strrep(p1,'p1','x(1)');
p1=strrep(p1,'p2','x(2)');
p1=strrep(p1,'x1','x(3)');
p1=strrep(p1,'x2','x(4)');
p1=symmul(p1,'-1')

p2=strrep(p2,'p1','x(1)');
p2=strrep(p2,'p2','x(2)');
p2=strrep(p2,'x1','x(3)');
p2=strrep(p2,'x2','x(4)')
p2=symmul(p2,'-1')
x1=strrep(x1,'p1','x(1)');
x1=strrep(x1,'p2','x(2)');
x1=strrep(x1,'x1','x(3)');
x1=strrep(x1,'x2','x(4)')

x2=strrep(x2,'p1','x(1)');
x2=strrep(x2,'p2','x(2)');
x2=strrep(x2,'x1','x(3)');
x2=strrep(x2,'x2','x(4)')
```

2. Ham.m

```
% questo file crea la funzione ham con
% output xprim e input i vettori p e x
% permette di trasformare il sistema hamiltoniano
% da simbolico a numerico. E' passaggio obbligato
% per il calcolo dei valori da graficare.

function xprim=ham(t,x)
global p1
global p2
global x1
global x2

xprim(1)=eval(p1);
xprim(2)=eval(p2);
xprim(3)=eval(x1);
xprim(4)=eval(x2);
```

3. Hamplot.m

```
% questo programma consente di calcolare e graficare
% le soluzioni del sistema di equazioni differenziali
% della funzione ham. La sintassi del comando ode23
% consente di modificare l'intervallo di tempo (0,10)
% e la condizioni iniziali
```

```
global p1
global p2
global x1
global x2
[t,x]=ode23('ham',0,10,[0.1,-0.1,0.1,0.1])

subplot(2,2,1);plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'c');
title('variabili di costato rispetto a t')
subplot(2,2,2);plot(t,x(:,3),'r',t,x(:,4),'c');
title('dinamica rispetto a t')
subplot(2,2,3);plot(x(:,3),x(:,4));
title('piano delle fasi x1 e x2')
subplot(2,2,4);plot(x(:,1),x(:,2));
title('piano delle fasi p1 e p2');
%figure(gcf)
        set(gcf,'position',[1 1 900 1000]);
        set(gcf,'name','Dott.Stefano Bordoni');
        set(gcf,'NumberTitle','off');
```

APPENDICE ALLA SEZIONE 3

Routine utilizzate nella sezione relativa ai problemi di gioco dinamico non cooperativo

1. Giocste.m

```
% Scopo di questo programma è
% 1) l'inserimento del sistema di equazioni differenziali
% 2) l'inserimento della funzione obiettivo
% Il calcolo:
% a) della funzione Hamiltoniana
% b) delle sue derivate parziali rispetto ad u,x e p
% c) del sistema Hamiltoniano in forma simbolica

function [x1,x2,p1,p2,p3,p4]=giocste(t,x)

global p1
global p2
global p3
global p4
global x1
global x2
% equazioni che compongono il modello:
% dinamica del sistema
x='-1/3*u2*x2+0.04'
y='u1*x1-0.076'

% funzioni obiettivo
J1='1/2*(x1*(0.72-u1)^2+x2*(1-u2)^2)'
J2='1/2*(x1*(0.62-u1)^2+x2*(0.7-u2)^2)'

x1=symmul(x,'p1');
x2=symmul(y,'p2');
pause(2)
%J='1/2*(x1*u1^2+x2*u2^2)'

H1=symadd(x1,x2);
H2=symadd(H1,J1);
H=vpa(H2,6)

x1=symmul(x,'p3');
x2=symmul(y,'p4');
K1=symadd(x1,x2);
K2=symadd(K1,J2);
K=vpa(K2,6)

uuno=diff(H,'u1')
u1=solve(uuno,'u1');
u1=['(',u1,')']
udue=diff(K,'u2')
u2=solve(udue,'u2');
```

```
u2=['(',u2,')']
%H=symmul(H,'-1');
p1=diff(H,'x1')
p1=strrep(p1,'u1',(u1));
p1=strrep(p1,'u2',(u2))
p2=diff(H,'x2')
p2=strrep(p2,'u1',(u1));
p2=strrep(p2,'u2',(u2))
%K=symmul(K,'-1');
p3=diff(K,'x1')
p3=strrep(p3,'u1',(u1));
p3=strrep(p3,'u2',(u2))
p4=diff(K,'x2')
p4=strrep(p4,'u1',(u1));
p4=strrep(p4,'u2',(u2))
%H=symmul(H,'-1');
%K=symmul(K,'-1');
x1=diff(H,'p1')
x1=strrep(x1,'u1',(u1));
x1=strrep(x1,'u2',(u2))
x2=diff(K,'p4')
x2=strrep(x2,'u1',(u1));
x2=strrep(x2,'u2',(u2))

p1=strrep(p1,'p1','x(1)');
p1=strrep(p1,'p2','x(2)');
p1=strrep(p1,'p3','x(3)');
p1=strrep(p1,'p4','x(4)');
p1=strrep(p1,'x1','x(5)');
p1=strrep(p1,'x2','x(6)')
%p1=symmul(p1,'-1')
isstr(p1)
%p1=strrep(p1,'^',':^')

p2=strrep(p2,'p1','x(1)');
p2=strrep(p2,'p2','x(2)');
p2=strrep(p2,'p3','x(3)');
p2=strrep(p2,'p4','x(4)');
p2=strrep(p2,'x1','x(5)');
p2=strrep(p2,'x2','x(6)');
%p2=symmul(p2,'-1')
%p2=strrep(p2,'^','.^')

p3=strrep(p3,'p1','x(1)');
p3=strrep(p3,'p2','x(2)');
p3=strrep(p3,'p3','x(3)');
p3=strrep(p3,'p4','x(4)');
p3=strrep(p3,'x1','x(5)');
p3=strrep(p3,'x2','x(6)');
%p3=symmul(p3,'-1')
%p3=strrep(p3,'^','.^')
```

```
p4=strrep(p4,'p1','x(1)');
p4=strrep(p4,'p2','x(2)');
p4=strrep(p4,'p3','x(3)');
p4=strrep(p4,'p4','x(4)');
p4=strrep(p4,'x1','x(5)');
p4=strrep(p4,'x2','x(6)');
%p4=symmul(p4,'-1')
%p4=strrep(p4,'^','.^')

x1=strrep(x1,'p1','x(1)');
x1=strrep(x1,'p2','x(2)');
x1=strrep(x1,'p3','x(3)');
x1=strrep(x1,'p4','x(4)');
x1=strrep(x1,'x1','x(5)');
x1=strrep(x1,'x2','x(6)')
%x1=strrep(x1,'^','.^');

x2=strrep(x2,'p1','x(1)');
x2=strrep(x2,'p2','x(2)');
x2=strrep(x2,'p3','x(3)');
x2=strrep(x2,'p4','x(4)');
x2=strrep(x2,'x1','x(5)');
x2=strrep(x2,'x2','x(6)')
```

2. Gioc.m

```
% questo file crea la funzione gioc con
% output xprim e input i vettori p e x
% permette di trasformare il sistema hamiltoniano
% da simbolico a numerico. E' passaggio obbligato
% per il calcolo dei valori da graficare.

function xprim=gioc(t,x)
global p1
global p2
global p3
global p4
global x1
global x2
xprim(1)=eval(p1);
xprim(2)=eval(p2);
xprim(3)=eval(p3);
xprim(4)=eval(p4);
xprim(5)=eval(x1);
xprim(6)=eval(x2);
```

3. Giocplot.m

```
% questo programma consente di calcolare e graficare
% le soluzioni del sistema di equazioni differenziali
```

```
% della funzione gioc. La sintassi del comando ode23
% consente di modificare l'intervallo di tempo (0,200)
% e la condizioni iniziali

global p1
global p2
global p3
global p4
global x1
global x2
[t,x]=ode23('gioc',0,200,[0.1;0.1;0.1;0.1;0.2;0.3]);
Y=(x(:,5:6));
u= exp(-Y);
subplot(2,2,1);plot(t,x(:,1:4));
xlabel('tempo');
title('variabili di costato rispetto a t');
subplot(2,2,2);plot(t,x(:,5),'r',t,x(:,6),'c');
xlabel('tempo');
title('dinamica rispetto a t (x1 e x2 nel tempo');
subplot(2,2,3);plot(x(:,5),x(:,6));
title('piano delle fasi x1 e x2');
xlabel('x1');ylabel('x2');
subplot (2,2,4); plot (u(:,1),u(:,2),'m'); xlabel ('u'); ylabel ('v'); title ('piano delle fasi u,v')
        set(gcf,'position',[1 1 900 1000]);
        set(gcf,'name','Dott.Stefano Bordoni');
        set(gcf,'NumberTitle','off');
```

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134

2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26

3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158

4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52

5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25

6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64

7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41

8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165

9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56

10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54

11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31

12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40

13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30

14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66

15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42

16. Marina Murat [1986] "Betwin old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20

17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48

18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13

19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17

20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopulista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34

21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9

22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38

23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12

24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41

25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40

26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36

27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18

28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62

29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118

30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34

31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25

32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45

33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157

34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28

35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33

36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40

37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30

38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40

39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40

40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120

41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44

42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12

43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41

44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56

45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84

46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4

47. Paolo Bosi , Roberto Golinelli , Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26

48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconometrici", pp. 21

49. Marco Lippi [1989] "A Shorte Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11

50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40

51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48

52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34

53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26

54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed throught the Queueing Model", pp. 23

55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11

56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164

57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24

58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18

59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22

60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13

61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32

62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali,. Il caso Magneti Marelli", pp. 23

63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30

64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37

65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19

66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28

67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20

68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65

69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38

70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115

71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119

72. Paolo Silvestri [1990] " La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8

73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57

74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l''appiattimento' delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120

75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez I", pp. 150

76. Enrico Giovannetti [1990] " Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145

78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezioni di portafoglio", pp. 4

77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15

79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6

80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21

81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34

82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26

83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Pricate Vices Pubblis Virtues", pp. 20

84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Connessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25

85. Claudio Grimaldi, Rony Hamaui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and hauseholds' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38

86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47

87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35

88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34

89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30

90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50

91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50

92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30

93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30

94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55

95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70

96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30

97. Barbara Pistoresi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45

98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50

99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30

100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30

101. Barbara Pistoresi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitority components", pp. 28

102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery form the slump to an old dilemma", pp. 20

103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20

104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30

105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20

106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25

107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20

108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufactoring", pp. 25

109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoresi [1995] "Modelling wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38

110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37

111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38

112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33

113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stocastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25

114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45

115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21

116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32

117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11

118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21

119. Barbara Pistoresi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14

120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17

121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20

122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25

123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21

124. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? ,Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32

125. Barbara Pistoresi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33

126. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20

127. Antonio Ribba [1996] "Ciclo economico, modello lineare-stocastico, forma dello spettro delle variabili macroeconomiche" pp. 31

128. Carlo Alberto Magni [1996] "Repeatable and una tantum real options a dynamic programming approach" pp. 23

129. Carlo Alberto Magni [1996] "Opzioni reali d'investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping" pp. 26

130. Carlo Alberto Magni [1996] "Vaghezza e logica fuzzy nella valutazione di un'opzione reale" pp. 20

131. Giuseppe Marotta [1996] "Does trade credit redistribution thwart monetary policy? Evidence from Italy" pp. 20

132. Mauro Dell'Amico e Marco Trubian [1996] "Almost-optimal solution of large weighted equicut problems" pp. 30

133. Carlo Alberto Magni [1996] "Un esempio di investimento industriale con interazione competitiva e avversione al rischio" pp. 20

134. Margherita Russo, Peter Börkey, Emilio Cubel, François Lévêque, Francisco Mas [1996] "Local sustainability and competitiveness: the case of the ceramic tile industry" pp. 66

135. Margherita Russo [1996] "Camionetto tecnico e relazioni tra imprese" pp. 190

136. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica" pp. 288

137. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica - Esercizi svolti - " pp. 302

138. Barbara Pistoresi [1996] "Is an Aggregate Error Correction Model Representative of Disaggregate Behaviours? An example" pp. 24

139. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1996] "Monetary policy and the term structure of interest rates" , pp. 30

140. Mauro Dell'Amico, Martine Labbé, Francesco Maffioli [1996] "Exact solution of the SONET Ring Loading Problem", pp. 20

141. Mauro Dell'Amico, R.J.M. Vaessens [1996] "Flow and open shop scheduling on two machines with transportation times and machine-independent processing times in NP-hard, pp. 10

142. M. Dell'Amico, F. Maffioli, A. Sciomechen [1996] "A Lagrangean Heuristic for the Pirze Collecting Travelling Salesman Problem", pp. 14

143. Massimo Baldini [1996] "Inequality Decomposition by Income Source in Italy - 1987 - 1993", pp. 20

144. Graziella Bertocchi [1996] "Trade, Wages, and the Persistence of Underdevelopment" pp. 20

145. Graziella Bertocchi and Fabio Canova [1996] "Did Colonization matter for Growth? An Empirical Exploration into the Historical Causes of Africa's Underdevelopment" pp. 32

146. Paola Bertolini [1996] "La modernization de l'agricolture italienne et le cas de l'Emilie Romagne" pp. 20

147. Enrico Giovannetti [1996] "Organisation industrielle et développement local: le cas de l'agroindutrie in Emilie Romagne" pp. 18

148. Maria Elena Bontempi e Roberto Golinelli [1996] "Le determinanti del leverage delle imprese: una applicazione empirica ai settori industriali dell'economia italiana" pp. 31

149. Paola Bertolini [1996] "L'agriculture et la politique agricole italienne face aux recents scenarios", pp. 20

150. Enrico Giovannetti [1996] "Il grado di utilizzo della capacità produttiva come misura dei costi di transizione. Una rilettura di 'Nature of the Firm' di R. Coase", pp. 65

151. Enrico Giovannetti [1996] "Il I° ciclo del Diploma Universitario Economia e Amministrazione delle Imprese", pp. 25

152. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti, Giulia Santacaterina [1996] "Il Settore del Verde Pubblico. Analisi della domanda e valutazione economica dei benefici", pp. 35

153. Giovanni Solinas [1996] "Sistemi produttivi del Centro-Nord e del Mezzogiorno. L'industria delle calzature", pp. 55

154. Tindara Addabbo [1996] "Married Women's Labour Supply in Italy in a Regional Perspective", pp. 85

155. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano, Cristina Bevilacqua [1996] "Le tasse universitarie e gli interventi per il diritto allo studio: la prima fase di applicazione di una nuova normativa" pp. 159

156. Sebastiano Brusco, Paolo Bertossi, Margherita Russo [1996] "L'industria dei rifiuti urbani in Italia", pp. 25

157. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano [1996] "Le risorse del sistema universitario italiano: finanziamento e governo" pp. 400

158. Carlo Alberto Magni [1996] "Un semplice modello di opzione di differimento e di vendita in ambito discreto", pp. 10

159. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Fully Revealing Equilibria in Sequential Economies with Asset Markets" pp. 17

160. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Extrinsic Uncertainty and the Informational Role of Prices" pp. 42

161. Paolo Bertella Farnetti [1996] "Il negro e il rosso. Un precedente non esplorato dell'integrazione afroamericana negli Stati Uniti" pp. 26

162. David Lane [1996] "Is what is good for each best for all? Learning from others in the information contagion model" pp. 18

163. Antonio Ribba [1996] "A note on the equivalence of long-run and short-run identifying restrictions in cointegrated systems" pp. 10

164. Antonio Ribba [1996] "Scomposizioni permanenti-transitorie in sistemi cointegrati con una applicazione a dati italiani" pp. 23

165. Mario Forni, Sergio Paba [1996] "Economic Growth, Social Cohesion and Crime" pp. 20

166. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1996] "Let's get real: a factor analytical approch to disaggregated business cycle dynamics" pp. 25

167. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1996] "So many Italies: Statistical Evidence on Regional Cohesion" pp. 31

168. Elena Bonfiglioli, Paolo Bosi, Stefano Toso [1996] "L'equità del contributo straordinario per l'Europa" pp. 20

169. Graziella Bertocchi, Michael Spagat [1996] "Il ruolo dei licei e delle scuole tecnico-professionali tra progresso tecnologico, conflitto sociale e sviluppo economico" pp. 37

170. Gianna Boero, Costanza Torricelli [1997] "The Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates: Evidence for Germany" pp. 15

171. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1997] "National Policies and Local Economies: Europe and the US" pp. 22

172. Carlo Alberto Magni [1997] "La trappola del Roe e la tridimensionalità del Van in un approccio sistemico", pp. 16

173. Mauro Dell'Amico [1997] "A Linear Time Algorithm for Scheduling Outforests with Communication Delays on Two or Three Processor"pp. 18

174. Paolo Bosi [1997] "Aumentare l'età pensionabile fa diminuire la spesa pensionistica? Ancora sulle caratteristiche di lungo periodo della riforma Dini" pp. 13

175. Paolo Bosi e Massimo Matteuzzi [1997] "Nuovi strumenti per l'assistenza sociale" pp 31

176. Mauro Dell'Amico, Francesco Maffioli e Marco Trubian [1997] "New bounds for optium traffic assignment in satellite communication" pp. 21

177. Carlo Alberto Magni [1997] "Paradossi, inverosimiglianze e contraddizioni del Van: operazioni certe" pp. 9

178. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1997] "Persistence of relative unemployment rates across italian regions" pp. 25

179. Margherita Russo, Franco Cavedoni e Riccardo Pianesani [1997] "Le spese ambientali dei Comuni in provincia di Modena, 1993-1995" pp. 23

180. Gabriele Pastrello [1997] "Time and Equilibrium, Two Elisive Guests in the Keynes-Hawtrey-Robertson Debate in the Thirties" pp. 25

181. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1997] "The Interaction Between Monetary Policy and the Expectation Hypothesis of the Term Structure of Interest rates in a N-Period Rational Expectation Model" pp. 27

182. Mauro Dell'Amico [1997] "On the Continuous Relaxation of Packing Problems – Technical Note" pp. 8

183. Stefano Bordoni [1997] "Prova di Idoneità di Informatica Dispensa Esercizi Excel 5" pp 49

184. Francesca Bergamini e Stefano Bordoni [1997] "Una verifica empirica di un nuovo metodo di selezione ottima di portafoglio" pp. 22

185. Gian Paolo Caselli e Maurizio Battini [1997] "Following the tracks of atkinson and micklewright the changing distribution of income and earnings in poland from 1989 to 1995".pp 21

186. Mauro Dell'Amico e Francesco Maffioli [1997] "Combining Linear and Non-Linear Objectives in Spanning Tree Problems" pp. 21

187. Gianni Ricci e Vanessa Debbia [1997] "Una soluzione evolutiva in un gioco differenziale di lotta di classe" pp.14

188. Fabio Canova e Eva Ortega [1997] "Testing Calibrated General Equilibrium Model" pp 34

189. Fabio Canova [1997] "Does Detrending Matter for the Determination of the Reference Cycle and the Selection of Turning Points?" pp. 35

190. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "The Equity Premium and the Risk Free Rate: A Cross Country, Cross Maturity Examination" pp. 41

191. Fabio Canova e Angel J Ubide [1997] "International Business Cycles, Financial Market and Household Production" pp. 32

192. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "Stock Returns, Term Structure, Inflation and Real Activity: An International Perspective" pp. 33

193. Fabio Canova e Morten Ravn [1997] "The Macroeconomic Effects of German Unification: Real Adjustmentsand the Welfare State" pp. 34

194. Fabio Canova [1997] "Detrending and Business Cycle Facts" pp. 40

195. Fabio Canova e Morten O. Ravn [1997] "Crossing the Rio Grande: Migrations, Business Cycle and the Welfare State" pp. 37

196. Fabio Canova e Jane Marrinan [1997] "Sources and Propagation of International Output Cycles: Common Shocks or Transmission?" pp. 41

197. Fabio Canova e Albert Marcet [1997] "The Poor Stay Poor: Non-Convergence Across Countries and Regions" pp. 44

198. Carlo Alberto Magni [1997] "Un Criterio Strutturalista per la Valutazione di Investimenti" pp. 17

199. Stefano Bordoni [1997] "Elaborazione Automatica dei Dati" pp. 60

200. Paolo Bertella Farnetti [1997] "United States and the Origins of European Integration" pp. 19

201. Paolo Bosi [1997] "Sul Controllo Dinamico di un Sistema Pensionistico a Ripartizione di Tipo Contributivo" pp 17

202. Paola Bertolini [1997] "European Union Agricultural Policy: Problems and Perspectives" pp18