

553 597
pk

\\ 206 \\

**New Methods For Ranking Triangular Fuzzy
Numbers: An Investment Choice**

by

Gisella Facchinetti*
Roberto Ghiselli Ricci
Silvia Muzzioli

October 1997

* Università degli Studi di Modena
Dipartimento di Economia Politica
Viale Berengario, 51
41100 Modena (Italia)
e – mail: facchinetti@unimo.it



Copia n. 553598

CLL.088.206

1 * New methods for ranking triang

NEW METHODS FOR RANKING TRIANGULAR FUZZY NUMBERS: AN INVESTMENT CHOICE.

GISELLA FACCHINETTI & ROBERTO GHISELLI RICCI & SILVIA MUZZIOLI

Facoltà di Economia
Università degli Studi di Modena

This paper deals with the problem of ranking a set of alternatives, represented by triangular fuzzy numbers (TFN), in decision making situations. Three new methods based on the notion of preference among alternatives are proposed and applied to a problem of investment choice.

Keywords and phrases. Fuzzy sets, Decision theory, Ranking, Investment.

1. Introduction.

In a decision making problem the choice between fuzzy alternatives requests a ranking of imprecise values. In the literature this problem hasn't already had a definitive solution: the lack of a "golden choice" allows different (and in some cases opposite) methods of ranking. Different approaches lead to a confused situation where there is no procedure able to interpret any problem correctly. Indeed, some methods are counterintuitive or suffer from lack of discrimination between alternatives.

The aim of this paper is to propose three new methods of ranking triangular fuzzy numbers that consider the propension to the risk of the decision maker and are able to discriminate confused alternatives.

In section 2 we present the pessimistic method and in section 3 the optimistic one.

These methods make use of a preference function that expresses to what degree every alternative is preferred to another. This information could be important especially when the best alternative is hardly feasible.

In section 4 we show two absolute methods that are equivalent respectively to the pessimistic and optimistic ones.

In section 5 a λ -combination of the those methods is shown so that any decision maker could customize his procedure to his personal features.

In section 6 we present the application of our methods to a simple problem of investment choice.

2. The pessimistic method.

The name attributed to this method points out his peculiar characteristic: it considers only the worst results that could be attended from a fuzzy number, therefore it will be used by a strong risk-averse decision maker.

We suppose for simplicity that the x-axis represents a series of monetary profits.

Let \mathcal{F} be a set of triangular fuzzy numbers: $A \in \mathcal{F}$ will be identified by its characteristic function

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a_1; \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2; \\ \frac{x - a_3}{a_2 - a_3}, & a_2 \leq x \leq a_3; \\ 0, & x \geq a_3 \end{cases}$$

or more simply by the triplet (a_1, a_2, a_3) .

Given $A \in \mathcal{F}$, we define Lower of A, in symbols $\text{Low}(A)$, the number identified by the following characteristic function:

$$\mu_{\text{Low}(A)}(x) = \begin{cases} 1 - \mu_A(x), & x \leq a_2; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\text{Low}(A)$ represents in some way a worse alternative than A. Note that it is not a triangular fuzzy number. In figure 1 we show the sets A and $\text{Low}(A)$.

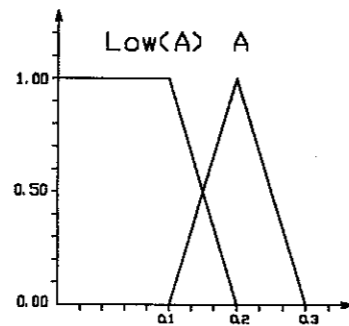


Fig.1. A and $\text{Low}(A)$.

We define a so called pessimistic preference function $\phi_P : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ in the following way:

$$\begin{aligned} \phi_P(A, B) &= \max_x \{ \min(\mu_{\text{Low}(A)}(x), \mu_B(x)) \} \\ &= \min \left\{ \max \left(\frac{a_2 - b_1}{a_2 - a_1 + b_2 - b_1}, 0 \right), 1 \right\}. \end{aligned}$$

It is worth noting the fact that $\phi_P(A, B)$ expresses the highest value of the intersection between μ_B and $\mu_{\text{Low}(A)}$. Symmetrically we have

$$\begin{aligned} \phi_P(B, A) &= \max_x \{ \min(\mu_{\text{Low}(B)}(x), \mu_A(x)) \} \\ &= \min \left\{ \max \left(\frac{b_2 - a_1}{a_2 - a_1 + b_2 - b_1}, 0 \right), 1 \right\}. \end{aligned}$$

Notice that

$$\phi_P(A, B) + \phi_P(B, A) = 1. \quad (2.1)$$

The pessimistic preference function naturally induces on \mathcal{F} such a relation:

$$A \sim_P B \quad \text{iff} \quad \phi_P(A, B) = \phi_P(B, A). \quad (2.2)$$

It is easy to show that \sim_P is an equivalence relation on \mathcal{F} .

Consider then the quotient set \mathcal{F}/\sim_P : from now on, for simplicity, we will identify a class of equivalence with an arbitrary representative. Define on \mathcal{F}/\sim_P the following preference relation:

$$A \succ_P B \quad \text{iff} \quad \phi_P(A, B) > \frac{1}{2}. \quad (2.3)$$

Let us verify that this relation is antireflexive, antisymmetric, transitive and induces a total order on the set of numbers \mathcal{F}/\sim_P .

Antireflexivity. It is immediate since $\phi_P(A, A) = \frac{1}{2}$ by (2.1).

Antisymmetry. We show this property in this equivalent form: given $A, B \in \mathcal{F}/\sim_P$, if $A \succ_P B$ then $B \not\succeq_P A$. As $A \succ_P B$ means $\phi_P(A, B) > \frac{1}{2}$, we get, by (2.1), $\phi_P(B, A) < \frac{1}{2}$ so that $B \not\succeq_P A$.

Transitivity. Suppose that $A \succ_P B$ and $B \succ_P C$: the thesis is $A \succ_P C$ i.e. $\phi_P(A, C) > \frac{1}{2}$. With a simple calculation we obtain

$$A \succ_P B \quad \text{iff} \quad a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2, \quad (2.4)$$

and similarly

$$B \succ_P C \quad \text{iff} \quad b_1 + b_2 \geq c_1 + c_2. \quad (2.5)$$

From (2.4) and (2.5) we get $a_1 + a_2 \geq c_1 + c_2$ so that $A \succ_P C$ and this concludes the proof.

3. The optimistic method.

The optimistic method is the symmetrical of the pessimistic one: it considers only the best results that arise from a fuzzy number, therefore it is preferred by a decision maker that presents a strong propension to the risk.

We define Upper of A, in symbols $\text{Upp}(A)$, the number identified by the following characteristic function:

$$\mu_{\text{Upp}(A)}(x) = \begin{cases} 1 - \mu_A(x), & x \geq a_2; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\text{Upp}(A)$ represents in some way a better alternative than A and it is not a triangular fuzzy number. In figure 2 we show the sets A and $\text{Upp}(A)$.

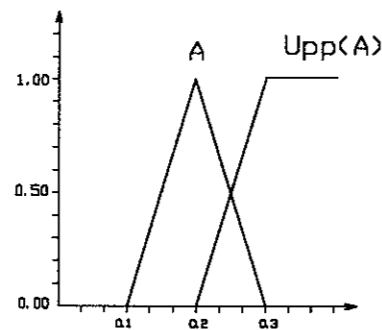


Fig.2. A and $\text{Upp}(A)$.

The so called optimistic preference function $\phi_O : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ is defined as follows:

$$\begin{aligned} \phi_O(A, B) &= \max_x \{ \min(\mu_A(x), \mu_{\text{Upp}(B)}(x)) \} \\ &= \min \left\{ \max \left(\frac{a_3 - b_2}{a_3 - a_2 + b_3 - b_2}, 0 \right), 1 \right\}. \end{aligned}$$

It is worth noting the fact that $\phi_O(A, B)$ expresses the highest value of the intersection between μ_A and $\mu_{\text{Upp}(B)}$. Symmetrically we have

$$\begin{aligned} \phi_O(B, A) &= \max_x \{ \min(\mu_B(x), \mu_{\text{Upp}(A)}(x)) \} \\ &= \min \left\{ \max \left(\frac{b_3 - a_2}{a_3 - a_2 + b_3 - b_2}, 0 \right), 1 \right\}. \end{aligned}$$

Notice that

$$\phi_O(A, B) + \phi_O(B, A) = 1.$$

The optimistic preference function naturally induces on \mathcal{F} an equivalence relation of the kind

$$A \sim_O B \quad \text{iff} \quad \phi_O(A, B) = \phi_O(B, A).$$

Consider then the quotient set \mathcal{F}/\sim_O and define on \mathcal{F}/\sim_O the following preference relation:

$$A \succ_O B \quad \text{iff} \quad \phi_O(A, B) > \frac{1}{2}.$$

Such a relation is antireflexive, antisymmetric and transitive on \mathcal{F}/\sim_O (the proofs are analogous to the case of the pessimistic method), therefore \mathcal{F}/\sim_O is totally ordered.

4. Absolute equivalent methods.

In this section we are interested to determine two real functions defined on \mathcal{F} that naturally generate two order relations equivalent to the ones induced respectively by the pessimistic and the optimistic preference functions.

Define a function $x_P : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}^+$ of the kind

$$x_P(A) = \frac{a_1 + a_2}{2}. \quad (4.1)$$

This function naturally induces on \mathcal{F} the equivalence relation

$$A \sim_{x_P} B \quad \text{iff} \quad x_P(A) = x_P(B).$$

and on \mathcal{F}/\sim_{x_P} the order relation

$$A \succ_{x_P} B \quad \text{iff} \quad x_P(A) > x_P(B).$$

It is not difficult to see that the relation defined in (2.2) can be written as:

$$A \sim_P B \quad \text{iff} \quad x_P(A) = x_P(B),$$

and analogously the relation defined in (2.3) can be written as:

$$A \succ_P B \quad \text{iff} \quad x_P(A) > x_P(B),$$

hence the order relations \succ_P and \succ_{x_P} are equivalent.

Symmetrically, define the function $x_O : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}^+$ of the kind

$$x_O(A) = \frac{a_1 + a_2}{2}. \quad (4.4)$$

With the same argument previously illustrated we can conclude that

$$A \sim_O B \quad \text{iff} \quad x_O(A) = x_O(B),$$

$$A \succ_O B \quad \text{iff} \quad x_O(A) > x_O(B).$$

Remark. Denote with $A^{(\alpha)} = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ the α -cut of the number A, $\alpha \in [0, 1]$. It is easy to see that $x_P(A) = a_1^{(0.5)}$ and $x_O(A) = a_3^{(0.5)}$.

In figure 3 we give a geometrical representation of $x_P(A)$ and $x_O(A)$.

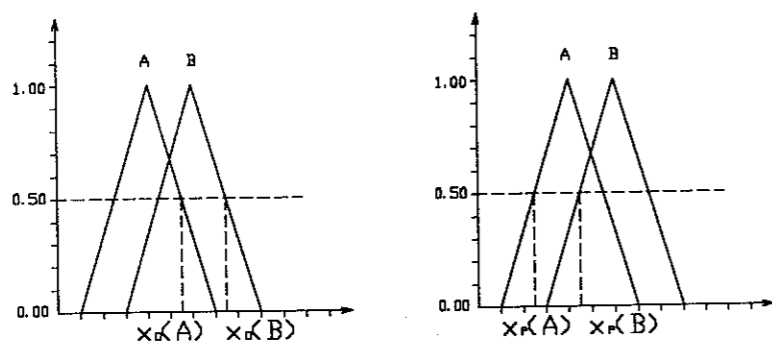


Fig.3. A geometrical representation of $x_P(A)$ and $x_O(A)$.

5. The method of the convex combination between the optimistic and pessimistic methods.

The goal of this section is to find out a general method of choice to use when the decision maker prefers an intermediate situation between the pessimistic and the optimistic point of view.

We could simply link with a convex combination the optimistic and pessimistic functions of preference as follows:

$$\phi_\lambda(A, B) = \lambda \phi_O(A, B) + (1 - \lambda) \phi_P(A, B), \quad \lambda \in [0, 1].$$

The function ϕ_λ naturally induces on \mathcal{F} the equivalence relation

$$A \sim B \quad \text{iff} \quad \phi_\lambda(A, B) = \phi_\lambda(B, A)$$

and on \mathcal{F}/\sim the following preference relation:

$$A \succ B \quad \text{iff} \quad \phi_\lambda(A, B) > \phi_\lambda(B, A).$$

Unfortunately, this relation is not transitive. Indeed, for instance, with the choice of $A = (6, 8, 10)$, $B = (19/3 + \epsilon, 20/3 - \epsilon, 4/3 + \epsilon)$, $C = (4 - \epsilon/2, 8 + \epsilon/2, 12 - \epsilon/2)$, $\epsilon \in (0, 1/6)$ and $\lambda = 1/2$, it is easy to show that $A \succ B$, $B \succ C$, but $C \succ A$.

To avoid this problem let us use the absolute equivalent methods shown in the previous section. Uniting in convex combination the functions x_P and x_O given respectively in (4.1) and (4.2), define a new function x_λ as

$$x_\lambda = \lambda x_O + (1 - \lambda)x_P, \quad \lambda \in [0, 1].$$

The function x_λ naturally induces on \mathcal{F} the equivalence relation

$$A \sim_\lambda B \quad \text{iff} \quad x_\lambda(A) = x_\lambda(B)$$

and on \mathcal{F}/\sim_λ the order relation

$$A \succ_\lambda B \quad \text{iff} \quad x_\lambda(A) > x_\lambda(B).$$

Obviously \succ_λ is equivalent to \succ_P , \succ_O respectively in the case $\lambda = 0$ and $\lambda = 1$.

If $\lambda = \frac{1}{2}$, the relation \succ_λ is equivalent to the one induced by the following function [3, section 2] proposed by R.R. Yager:

$$(a_1, a_2, a_3) \rightarrow \frac{a_1 + 2a_2 + a_3}{4}$$

6. A problem of investment choice.

In this section we want to test the robustness of our methods in ranking the alternatives of an investment problem. It is not important to specify which type of investment we are talking about: remember only that we are interested in private investments in a microeconomic world.

Any given choice involves a number of alternatives that is necessarily narrow due to the human limits in acquiring and processing the whole data. That's why we speak only of "bounded rationality".

The uncertainty of each alternative requires efforts to compensate the lack of information. The decision maker perceives of a set of options and estimates the amount of periodic payoffs subjectively. That's the reason why the amount of the periodic payoffs could be modeled by fuzzy numbers.

Let A, B, C, D be the alternative investments; n the crisp lifetime of every investment; $a_i, b_i, c_i, d_i, i = 1 \dots n$, the fuzzy payoffs of investment A, B, C, D respectively; d the crisp discount rate.

Suppose for simplicity the initial expenditure of every investment equal to zero.

Given:

$$n = 3,$$

$$d = 8\%,$$

$$a_1 \approx 12.000.000 = (10.000.000, 12.000.000, 15.000.000),$$

$$a_2 \approx 25.000.000 = (22.000.000, 26.000.000, 28.000.000),$$

$$a_3 \approx 35.000.000 = (30.000.000, 33.000.000, 40.000.000);$$

the formula for discounting future payments to the present is the following:

$$NPV(A, d, n) = \frac{a_1}{(1+d)} + \frac{a_2}{(1+d)^2} + \frac{a_3}{(1+d)^3}$$

where NPV is the fuzzy net present value of investment A. Applying the rules of operations between triangular fuzzy numbers [15, section 2], we get: $NPV(A, d, n) = (51.920.000, 59.590.000, 69.630.000)$.

Given:

$$NPV(B, d, n) = (50.000.000, 62.000.000, 70.000.000),$$

$$NPV(C, d, n) = (40.000.000, 62.000.000, 80.000.000),$$

$$NPV(D, d, n) = (30.000.000, 60.000.000, 90.000.000)$$

(see Figure 4), let's rank according to the level of preference the four investments, utilizing the methods suggested in this paper.

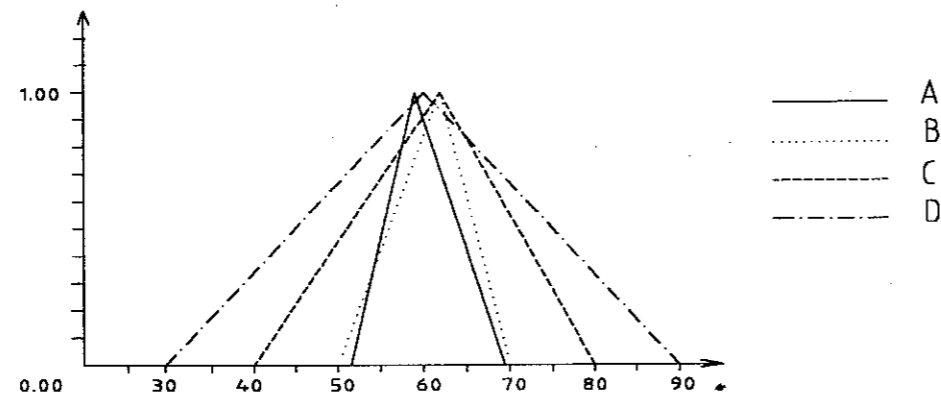


Fig. 4. NPV of investments A, B, C, D.

We can distinguish five cases depending on the decision maker propensity to the risk: different risk attitudes imply different methods of ranking.

Case 1) Strongly adverse \rightarrow Pessimistic Method:

$$B \succ_P A \succ_P C \succ_P D.$$

Case 2) Moderately adverse $\rightarrow \lambda = 0.2$:

$$D \succ_{0.2} B \succ_{0.2} C \succ_{0.2} A.$$

Case 3) Neutral $\rightarrow \lambda = 0.5$:

$$B \succ_{0.5} C \succ_{0.5} D \succ_{0.5} A.$$

Case 4) Moderately inclined $\rightarrow \lambda = 0.8$:

$$B \succ_{0.8} A \succ_{0.8} C \succ_{0.8} D.$$

Case 5) Strongly inclined \rightarrow Optimistic Method:

$$D \succ_O C \succ_O B \succ_O A.$$

Note that in general the ranking of the alternatives is subjective: different persons have different preferences.

The choice is always subject to the peculiar economic situation of the decision maker, to his experience, to his psychology. All of these factors determine a different attitude to the risk.

We can conclude that our methods take care of the subjectivity of the decision maker, allowing the choice to be related to his propensity or aversion to the risk.

References

- [1] Baas S., Kwakernaak H., *Rating and ranking of multiple-aspect alternatives using fuzzy sets*, Automatica 13 (1977) 47-58.
- [2] Baldwin J., Guild N., *Comparison of fuzzy sets on the same decision space*, Fuzzy sets and systems 2 (1979) 213-233.
- [3] Bortolan G., Degani R., *A review of some methods for ranking fuzzy subsets*, Fuzzy sets and systems 15 (1985) 1-19.
- [4] Chang W., *Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions*, Proc. Int. Conf. on Policy Anal. and Inf. Systems (1981) 263-272.
- [5] Dubois D., Prade H., *Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory*, Inform. Sci. 30, (1983) 183-224.
- [6] Jain R., *A procedure for multiple-aspect decision making using fuzzy sets*, Internat. J. Systems Sci. 8 (1977) 1-7.
- [7] Jain R., *Decision making in the presence of fuzzy variables*, IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 6, (1976) 698-703.
- [8] Orlovsky S. A., *Decision making with a fuzzy preference relation*, Fuzzy sets and systems 1 (1978) 155-167.
- [9] Yager R.R., *A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval*, Inform. Sci. 24 (1981) 143-161.
- [10] Yager R.R., *On choosing between fuzzy subsets*, Kybernetes 9, (1980) 151-154.
- [11] Yager R.R., *Ranking fuzzy subsets over the unit interval*, Proc. 1978 CDC, (1978) 1435-1437.
- [12] Zadeh L.A., *Similarity relations and fuzzy orderings*, Inform. Sci. 3 (1971) 177-200.
- [13] Cox E., *The fuzzy systems handbook, a practitioners guide to building, using and maintaining fuzzy systems*, Academic, Boston, 1994.
- [14] Kickert W.J.M., *Fuzzy theories on decision making, a critical review*, Nijoff, Leiden, 1978.
- [15] Klir George J., Folger Tina A., *Fuzzy sets, Uncertainty and information*, Prentice Hall, London, 1988.

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwin old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopulista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12
24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56
45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 34
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Short Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queuing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11

56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'fitiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18
59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future perspectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20
68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello "fondi e flussi" applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l'appiattimento delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezione di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Pricate Vices Publicis Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Connessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34
89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representatin?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoiesi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoiesi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoiesi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli and Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery form the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato and Barbara Pistoiesi [1995] "Modelling wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38
110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37
111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?", pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo.", pp. 45
115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano.", pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North.", pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism.", pp. 21
119. Barbara Pistoiesi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoiesi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32
125. Barbara Pistoiesi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33
126. Barbara Pistoiesi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20
127. Antonio Ribba [1996] "Ciclo economico, modello lineare-stocastico, forma dello spettro delle variabili macroeconomiche" pp. 31
128. Carlo Alberto Magni [1996] "Repeatable and una tantum real options a dynamic programming approach" pp. 23
129. Carlo Alberto Magni [1996] "Opzioni reali d'investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping" pp. 26
130. Carlo Alberto Magni [1996] "Vaghezza e logica fuzzy nella valutazione di un'opzione reale" pp. 20
131. Giuseppe Marotta [1996] "Does trade credit redistribution thwart monetary policy? Evidence from Italy" pp. 20
132. Mauro Dell'Amico e Marco Trubian [1996] "Almost-optimal solution of large weighted equicut problems" pp. 30
133. Carlo Alberto Magni [1996] "Un esempio di investimento industriale con interazione competitiva e avversione al rischio" pp. 20
134. Margherita Russo, Peter Børkey, Emilio Cubel, François Lévêque, Francisco Mas [1996] "Local sustainability and competitiveness: the case of the ceramic tile industry" pp. 66
135. Margherita Russo [1996] "Camionetto tecnico e relazioni tra imprese" pp. 190
136. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica" pp. 288
137. David Avra Lane, Irene Poli, Michele Lalla, Alberto Roverato [1996] "Lezioni di probabilità e inferenza statistica - Esercizi svolti -" pp. 302
138. Barbara Pistoiesi [1996] "Is an Aggregate Error Correction Model Representative of Disaggregate Behaviours? An example" pp. 24
139. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1996] "Monetary policy and the term structure of interest rates", pp. 30
140. Mauro Dell'Amico, Martine Labbé, Francesco Maffioli [1996] "Exact solution of the SONET Ring Loading Problem", pp. 20
141. Mauro Dell'Amico, R.J.M. Vaessens [1996] "Flow and open shop scheduling on two machines with transportation times and machine-independent processing times in NP-hard", pp. 10
142. M. Dell'Amico, F. Maffioli, A. Sciomechen [1996] "A Lagrangean Heuristic for the Pirze Collecting Travelling Salesman Problem", pp. 14
143. Massimo Baldini [1996] "Inequality Decomposition by Income Source in Italy - 1987 - 1993", pp. 20
144. Graziella Bertocchi [1996] "Trade, Wages, and the Persistence of Underdevelopment" pp. 20
145. Graziella Bertocchi and Fabio Canova [1996] "Did Colonization matter for Growth? An Empirical Exploration into the Historical Causes of Africa's Underdevelopment" pp. 32
146. Paola Bertolini [1996] "La modernization de l'agriculture italienne et le cas de l'Emilie Romagne" pp. 20
147. Enrico Giovannetti [1996] "Organisation industrielle et développement local: le cas de l'agroindustrie in Emilie Romagne" pp. 18
148. Maria Elena Bontempi e Roberto Golinelli [1996] "Le determinanti del leverage delle imprese: una applicazione empirica ai settori industriali dell'economia italiana" pp. 31
149. Paola Bertolini [1996] "L'agriculture et la politique agricole italienne face aux recents scenarios", pp. 20
150. Enrico Giovannetti [1996] "Il grado di utilizzo della capacità produttiva come misura dei costi di transizione. Una rilettura di 'Nature of the Firm' di R. Coase", pp. 65
151. Enrico Giovannetti [1996] "Il I° ciclo del Diploma Universitario Economia e Amministrazione delle Imprese", pp. 25
152. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti, Giulia Santacaterina [1996] "Il Settore del Verde Pubblico. Analisi della domanda e valutazione economica dei benefici", pp. 35
153. Giovanni Solinas [1996] "Sistemi produttivi del Centro-Nord e del Mezzogiorno. L'industria delle calzature", pp. 55
154. Tindara Addabbo [1996] "Married Women's Labour Supply in Italy in a Regional Perspective", pp. 85
155. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano, Cristina Bevilacqua [1996] "Le tasse universitarie e gli interventi per il diritto allo studio: la prima fase di applicazione di una nuova normativa" pp. 159
156. Sebastiano Brusco, Paolo Bertossi, Margherita Russo [1996] "L'industria dei rifiuti urbani in Italia", pp. 25
157. Paolo Silvestri, Giuseppe Catalano [1996] "Le risorse del sistema universitario italiano: finanziamento e governo" pp. 400
158. Carlo Alberto Magni [1996] "Un semplice modello di opzione di differimento e di vendita in ambito discreto", pp. 10
159. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Fully Revealing Equilibria in Sequential Economies with Asset Markets" pp. 17
160. Tito Pietra, Paolo Siconolfi [1996] "Extrinsic Uncertainty and the Informational Role of Prices" pp. 42
161. Paolo Bertella Farnetti [1996] "Il negro e il rosso. Un precedente non esplorato dell'integrazione afroamericana negli Stati Uniti" pp. 26
162. David Lane [1996] "Is what is good for each best for all? Learning from others in the information contagion model" pp. 18

163. Antonio Ribba [1996] "A note on the equivalence of long-run and short-run identifying restrictions in cointegrated systems" pp. 10
164. Antonio Ribba [1996] "Scomposizioni permanenti-transitorie in sistemi cointegrati con una applicazione a dati italiani" pp. 23
165. Mario Forni, Sergio Paba [1996] "Economic Growth, Social Cohesion and Crime" pp. 20
166. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1996] "Let's get real: a factor analytical approach to disaggregated business cycle dynamics" pp. 25
167. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1996] "So many Italies: Statistical Evidence on Regional Cohesion" pp. 31
168. Elena Bonfiglioli, Paolo Bosi, Stefano Toso [1996] "L'equità del contributo straordinario per l'Europa" pp. 20
169. Graziella Bertocchi, Michael Spagat [1996] "Il ruolo dei licei e delle scuole tecnico-professionali tra progresso tecnologico, conflitto sociale e sviluppo economico" pp. 37
170. Gianna Boero, Costanza Torricelli [1997] "The Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates: Evidence for Germany" pp. 15
171. Mario Forni, Lucrezia Reichlin [1997] "National Policies and Local Economies: Europe and the US" pp. 22
172. Carlo Alberto Magni [1997] "La trappola del Roe e la tridimensionalità del Van in un approccio sistemico", pp. 16
173. Mauro Dell'Amico [1997] "A Linear Time Algorithm for Scheduling Outforests with Communication Delays on Two or Three Processor" pp. 18
174. Paolo Bosi [1997] "Aumentare l'età pensionabile fa diminuire la spesa pensionistica? Ancora sulle caratteristiche di lungo periodo della riforma Dini" pp. 13
175. Paolo Bosi e Massimo Matteuzzi [1997] "Nuovi strumenti per l'assistenza sociale" pp. 31
176. Mauro Dell'Amico, Francesco Maffioli e Marco Trubian [1997] "New bounds for optimum traffic assignment in satellite communication" pp. 21
177. Carlo Alberto Magni [1997] "Paradossi, inverosimiglianze e contraddizioni del Van: operazioni certe" pp. 9
178. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1997] "Persistence of relative unemployment rates across Italian regions" pp. 25
179. Margherita Russo, Franco Cavedoni e Riccardo Pianesani [1997] "Le spese ambientali dei Comuni in provincia di Modena, 1993-1995" pp. 23
180. Gabriele Pastrello [1997] "Time and Equilibrium, Two Elusive Guests in the Keynes-Hawtrey-Robertson Debate in the Thirties" pp. 25
181. Luisa Malaguti e Costanza Torricelli [1997] "The Interaction Between Monetary Policy and the Expectation Hypothesis of the Term Structure of Interest rates in a N-Period Rational Expectation Model" pp. 27
182. Mauro Dell'Amico [1997] "On the Continuous Relaxation of Packing Problems - Technical Note" pp. 8
183. Stefano Bordoni [1997] "Prova di Idoneità di Informatica Dispensa Esercizi Excel 5" pp. 49
184. Francesca Bergamini e Stefano Bordoni [1997] "Una verifica empirica di un nuovo metodo di selezione ottima di portafoglio" pp. 22
185. Gian Paolo Caselli e Maurizio Battini [1997] "Following the tracks of atkinson and micklewright the changing distribution of income and earnings in poland from 1989 to 1995". pp. 21
186. Mauro Dell'Amico e Francesco Maffioli [1997] "Combining Linear and Non-Linear Objectives in Spanning Tree Problems" pp. 21
187. Gianni Ricci e Vanessa Debbia [1997] "Una soluzione evolutiva in un gioco differenziale di lotta di classe" pp. 14
188. Fabio Canova e Eva Ortega [1997] "Testing Calibrated General Equilibrium Model" pp. 34
189. Fabio Canova [1997] "Does Detrending Matter for the Determination of the Reference Cycle and the Selection of Turning Points?" pp. 35
190. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "The Equity Premium and the Risk Free Rate: A Cross Country, Cross Maturity Examination" pp. 41
191. Fabio Canova e Angel J. Ubide [1997] "International Business Cycles, Financial Market and Household Production" pp. 32
192. Fabio Canova e Gianni De Nicolò [1997] "Stock Returns, Term Structure, Inflation and Real Activity: An International Perspective" pp. 33
193. Fabio Canova e Morten Ravn [1997] "The Macroeconomic Effects of German Unification: Real Adjustments and the Welfare State" pp. 34
194. Fabio Canova [1997] "Detrending and Business Cycle Facts" pp. 40
195. Fabio Canova e Morten O. Ravn [1997] "Crossing the Rio Grande: Migrations, Business Cycle and the Welfare State" pp. 37
196. Fabio Canova e Jane Marrinan [1997] "Sources and Propagation of International Output Cycles: Common Shocks or Transmission?" pp. 41
197. Fabio Canova e Albert Marcet [1997] "The Poor Stay Poor: Non-Convergence Across Countries and Regions" pp. 44
198. Carlo Alberto Magni [1997] "Un Criterio Strutturalista per la Valutazione di Investimenti" pp. 17
199. Stefano Bordoni [1997] "Elaborazione Automatica dei Dati" pp. 60
200. Paolo Bertella Farnetti [1997] "United States and the Origins of European Integration" pp. 19
201. Paolo Bosi [1997] "Sul Controllo Dinamico di un Sistema Pensionistico a Ripartizione di Tipo Contributivo" pp. 17
202. Paola Bertolini [1997] "European Union Agricultural Policy: Problems and Perspectives" pp. 18
203. Stefano Bordoni [1997] "Supporti Informatici per la Ricerca delle soluzioni di Problemi Decisionali" pp. 30
204. Carlo Alberto Magni [1997] "Paradossi, Inverosimiglianze e Contraddizioni del Van: Operazioni Aleatorie" pp. 10
205. Carlo Alberto Magni [1997] "Tir, Roe e Van: Distorsioni linguistiche e Cognitive nella Valutazione degli Investimenti" pp. 17