

**ANTINOMIE E ILLUSIONI COGNITIVE  
NEL CRITERIO DEL VALORE ATTUALE NETTO**

Carlo Alberto Magni

Ricercatore di Matematica per le applicazioni economiche e finanziarie

Università di Modena e Reggio Emilia, Dipartimento di Economia Politica

Email:magni@unimo.it

**Introduzione**

- 1. Il VAN**
- 2. La contraddizione**
- 3. Un esempio**
- 4. Un paradosso**
- 5. Illusione cognitiva (prima parte)**
- 6. Illusione cognitiva (seconda parte)**
- 7. Uscita dal tunnel**

**Conclusioni**

**Abstract.** Il criterio del Valore Attuale Netto è comunemente impiegato per la valutazione di investimenti finanziari e aziendali. In ambito aleatorio, la teoria della finanza lo utilizza congiuntamente al principio secondo cui non è ammissibile confrontare somme di denaro aventi un diverso grado di rischio. Questo lavoro mostra come i principi di questa metodologia siano autocontraddittori e, di fatto, inapplicabili. Le antinomie insanabili lo rendono inaffidabile nella gestione dei processi di decisione di investimento in condizione di incertezza. Si accenna brevemente ad una modalità per uscire da questo *impasse*: l'uso congiunto di condizionali controfattuali, sistemi esperti e logica fuzzy per processi di decisione aziendale.

**Abstract.** This paper shows that the net-present-value criterion is unreliable for logical reasons: It rests on a tenet stating that a rational decision maker should never compare alternatives which are not homogeneous in terms of risk. This tenet is self-contradictory and inapplicable. It is possible to escape this contradictory tool by integrating cognitive psychology, expert systems and fuzzy logic.

## Introduzione

Il criterio del Valore Attuale Netto (d'ora in poi spesso VAN) è frequentemente usato, anche in condizioni di incertezza, per la valutazione di investimenti. Il suo uso è consolidato nella pratica e raccomandato nella letteratura, laddove non vi sia la possibilità di differire la decisione (nel qual caso è suggerito l'uso dei modelli di *options pricing* o della programmazione dinamica stocastica: si veda, a tal proposito, Dixit e Pindyck, 1994, e Trigeorgis, 1986, 1996). Questo criterio è anche implicitamente considerato nel caso di valutazioni di aziende. Si prenda ad esempio l'Economic Value Added di Stewart (1991): esso misura il sovraprofitto atteso riferito ad un generico periodo. L'aggregazione di tali sovraprofitto conduce, come noto, al calcolo di un valore attuale netto (si veda Esposito, 1998, e Magni, 2000, 2002b). L'uso del VAN è pervasivo in economia e i suoi principi fondanti sembrano così naturali che non esiste, a tutt'oggi, un'analisi logico-epistemologica approfondita di questo approccio. Obiettivo del presente lavoro è di mostrare che sotto ad una fine coltre di eleganza e semplicità si annidano assunzioni contraddittorie e che il criterio è del tutto controintuitivo. La sua inaffidabilità risulterà chiara da esempi, la cui semplicità di costruzione è intesa a rendere più agevole la comprensione del ragionamento. Ci si affiderà ad esempi uniperiodali in assenza di indebitamento esterno. Tali limitazioni sono del tutto irrilevanti, giacché la discussione si dipana su un piano logico e non formale. L'estensione ai casi multiperiodali in presenza di finanziamento di terzi è banale e presenta un interesse meramente formale (si veda Magni, 1999). Per ragione di semplificazione, il processo decisionale in analisi sarà del tipo 'fare' o 'non fare'. Il caso di scelta tra due o più investimenti è, come si arguirà, analogo dal punto di vista decisionale. D'ora in poi la situazione

decisionale di riferimento sarà la seguente: a un decisore si prospetta l'opportunità di realizzare un investimento non differibile con flussi aleatori. Le alternative di azione specificate sono due:

1. realizzare l'investimento
2. non realizzare l'investimento.

Si noti che la seconda alternativa è definita in negativo rispetto alla prima. Essenzialmente, non realizzare l'investimento vuol dire non modificare la propria struttura patrimoniale-finanziaria (in parole povere, continuare a fare quello che si faceva prima).

La teoria della finanza e la *corporate finance* utilizzano il criterio del valore attuale netto per risolvere il processo decisionale di cui sopra. Tuttavia, i fautori del VAN sono consapevoli che, in presenza di flussi non certi, la procedura di decisione deve soddisfare un principio universalmente accettato in finanza e che qui chiamerò *principio di omogeneità del confronto*. Esso prevede che due alternative di investimento possano essere confrontate in termini di rendimento solo se presentano le medesime caratteristiche di rischio. Il motivo, come si vedrà nella sezione successiva, risiede nel fatto che il VAN confronta due ricchezze. Se il rischio delle due alternative è differente, allora il confronto tra ricchezze (e quindi tra rendimenti) non è significativo. Confrontare la ricchezza (il rendimento) che si consegue nell'una o nell'altra alternativa non può infatti sancire la preferenza per la prima o per la seconda, poiché a ciascuna di esse è associato un grado di rischio diverso. Ad esempio, un importo di 100 euro aleatori con rischio basso non è commensurabile con un importo di 150 euro aleatori con rischio alto: quale che sia la misura di rischio utilizzata, una delle due alternative è preferibile in termini di rischio, l'altra è preferibile in termini di ricchezza (dò per scontato un atteggiamento avverso al rischio). Il confronto tra due importi e, più in generale, tra due alternative di azione, è cioè bidimensionale. Il VAN non è in grado di gestire questa bidimensionalità. La teoria della finanza suggerisce due approcci per gestire queste situazioni. Il primo è l'uso delle funzioni di utilità. Invero, data la difficoltà di questo approccio, qualsiasi manuale di finanza lo cita come mero strumento teorico

e suggerisce, nella prassi finanziaria, l'uso di un secondo approccio: il criterio del valore attuale netto, congiunto con il succitato *principio di omogeneità del confronto*.

Come si mostrerà, per mantenere il VAN la teoria della finanza è costretta a modificare illecitamente il processo di decisione. L'alterazione viene ottenuta introducendo una terza alternativa di azione che, come si vedrà più dettagliatamente, è arbitraria e fittizia. Questa affianca all'alternativa 1. succitata un'attività ausiliaria che abbia le medesime caratteristiche di rischio, eliminando al contempo l'opzione 2. In tal modo si creano artificialmente le condizioni per rendere omogeneo il confronto e soddisfare al principio di omogeneità del confronto. Tuttavia tale distorsione, attuata al fine di cooptare il VAN nell'alveo di tale principio, lascia indelebili tracce di un risvolto autocontraddittorio: il principio rimane infatti disatteso. Come si vedrà, ciò non deve destare sorpresa: di fatto, il principio di omogeneità è inapplicabile.

È possibile uscire da questa inapplicabilità? L'ultima sezione ha lo scopo di rispondere affermativamente. Non ci si soffermerà sulla proposta citata data la complessità dell'argomento (il lettore interessato è rimandato ai riferimenti bibliografici), ma si indicherà in estrema sintesi la filosofia soggiacente alla metodologia suggerita. Si tratta di un approccio nuovo e per certi aspetti rivoluzionario, giacché abbandona ogni anelito alla normatività e fonda i propri presupposti su un approccio descrittivo, integrando psicologia cognitiva, intelligenza artificiale e logica fuzzy.

## **1. Il VAN**

Nella seguente esposizione mi atterrò al modo in cui il criterio del valore attuale netto viene introdotto nei manuali di *corporate finance* (cfr. ad esempio Brealey e Myers, 2000, Ross, Westerfield e Jaffe, 1993, Copeland, Koller e Murrin, 1990) Si supponga che sorga per un investitore la possibilità di investire in un'attività A che preveda l'esborso della somma certa  $I$  e il conseguimento a fine periodo di una somma aleatoria il cui valore atteso è  $I'$ :



Poiché la somma a fine periodo non è certa, la ricetta classica del VAN prevede che il flusso di cassa  $I'$  (valore atteso) sia attualizzato ad un tasso  $i$  che rappresenti il tasso di rendimento atteso di un'attività finanziaria con le medesime caratteristiche di rischio di A. L'utilizzo di  $i$  trae origine dal desiderio di attenersi al *principio di omogeneità del confronto*. In Brealey e Myers, *op.cit.*, si afferma infatti che “the opportunity-cost concept makes sense only if assets of equivalent risk are compared. In general, you should identify financial assets with risks equivalent to the project under consideration, estimate the expected rate of return on these assets, and use this rate as the opportunity cost.”

Più precisamente, lo schema del ragionamento è quello descritto di seguito. L'investimento dovrebbe essere intrapreso se esso implica un aumento di ricchezza per l'investitore. In termini attuali si ha allora

$$E - I + \text{valore attuale di } A > E \quad (1)$$

dove  $E$  rappresenta il valore del capitale proprio dell'investitore (individuo, azienda). Dalla (1) si ricava il valore attuale netto di A (calcolato a tasso  $i$ ), che sancisce la convenienza ad investire:

$$-I + \frac{I'}{1+i} > 0. \quad (2)$$

Secondo l'ottica del VAN infatti il decisore si trova di fronte al dilemma 'investire o non investire'. Questo viene risolto attraverso il seguente ragionamento: si supponga che la somma  $I$  sia alternativamente investita in un'attività finanziaria ausiliaria che abbia caratteristiche di rischio paragonabili a quelle di A. Se la somma  $I'$  è maggiore di quanto l'investitore potrebbe guadagnare con l'attività ausiliaria allora l'investimento deve essere realizzato, in caso contrario verrà rigettato. Detto  $i$  il tasso dell'investimento alternativo (costo opportunità) il confronto tra A e l'attività ausiliaria alternative si riduce al confronto tra i montanti

$$I' > I(1 + i) \quad (3)$$

da cui la (2).

Come vedremo, le apparentemente innocue (1)-(2)-(3) sono in realtà viziate da un punto di vista logico sì da rendere inaffidabile la metodologia proposta.

## 2. La contraddizione

Si assuma che il patrimonio dell'investitore sia suddiviso in  $n$  attività. Per comodità penseremo ad esse come a conti correnti con tasso di rendimento aleatorio da cui poter prelevare fondi per sostenere l'investimento A. Siano  $r_1, r_2, \dots, r_n$  i tassi di rendimento attesi dei conti  $1, 2, \dots, n$  rispettivamente; siano  $C_1, C_2, \dots, C_n$  i loro saldi ad inizio periodo (si ha evidentemente  $E = \sum_{s=1}^n C_s$ ).

Si supponga ora che l'alternativa 2. sia selezionata: la redditività attesa del capitale proprio sarà data da

$$\text{ROE} = \frac{\sum_{s=1}^n r_s C_s}{E} \quad (4)$$

e in tal caso la ricchezza finale dell'investitore sarà data da  $E(1 + \text{ROE})$ . Viceversa, si assuma ora che sia selezionata l'alternativa 1. In questo caso la ricchezza finale dipenderà dalla fonte o dalle fonti di finanziamento scelte per sostenere il progetto. Sia  $I_s$  la quota prelevata dal conto  $s$ -esimo (si ha, evidentemente,  $\sum_{s=1}^n I_s = I$ ). A fine periodo l'investitore avrà, in meno, le somme  $I_s(1 + r_s)$  relative ai vari conti attivati per il finanziamento, e, in più, la somma  $I'$ . La sua ricchezza finale sarà data da

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n (C_s - I_s)(1 + r_s) + I' &= \sum_{s=1}^n C_s(1 + r_s) - \sum_{s=1}^n I_s(1 + r_s) + I' \\ &= \sum_{s=1}^n C_s - \sum_{s=1}^n I_s + \sum_{s=1}^n r_s(C_s - I_s) + I' \\ &= (E - I) + \frac{\sum_{s=1}^n r_s(C_s - I_s)}{(E - I)}(E - I) + I' \\ &= (E - I)(1 + y) + I' \end{aligned} \quad (5)$$

dove si è posto  $y := \frac{\sum_{s=1}^n r_s (C_s - I_s)}{(E - I)}$ .

In base alle (4)-(5), l'alternativa 1. sarà preferita all'alternativa 2. se e solo se

$$(E - I)(1 + y) + I' > E(1 + \text{ROE}) \quad (6)$$

Ma è ovvio che tale confronto non è omogeneo: le due alternative hanno, in generale, un grado di rischio diverso. La teoria della finanza non può ovviamente accettare la (6) come base decisionale, pena la trasgressione del *principio di omogeneità del confronto*. Essa allora escogita, un piccolo trucco per rendere omogeneo il confronto. Le (1)-(2)-(3) già viste possono essere infatti scritte in termini di valori finali (montanti) nel seguente modo:

$$(E - I)(1 + i) + I' > E(1 + i) \quad (7)$$

Quest'ultima, come si vede, è la (6) in cui  $y$  e ROE sono stati sostituiti dal tasso  $i$  relativo all'attività alternativa di rischio comparabile ad A. Ma la (7) disattende il *principio di omogeneità del confronto*: essa confronta due alternative non omogenee fingendo di 'omogeneizzare' il confronto mediante il tasso  $i$ . Si osservi infatti il primo membro della (7), il quale si riferisce all'alternativa 1. (investire): con esso si assume che la quantità  $(E - I)$  abbia tasso di rendimento  $i$ . Ma ciò è assurdo, giacché  $i$  è per definizione il tasso di rendimento di un'alternativa ausiliaria con caratteristiche di rischio simili a quelle di A, ed è quindi, in generale, differente da  $y$ . Quest'ultimo tasso dipende, come visto, dalla o dalle fonti di finanziamento attivate per sostenere il progetto. Analogamente, con il secondo membro, che pertiene all'alternativa 2. (non investire), si assume che il capitale proprio  $E$  abbia un tasso di rendimento pari a  $i$  anche nel caso in cui A resti inattuato. Ma questo è ancora una volta assurdo,

poiché la redditività del capitale proprio sarà data, per definizione, dal ROE previsto, e non si vede perché mai esso debba coincidere con il tasso di rendimento dell'alternativa ausiliaria. In tal modo si commettono due irregolarità:

- (i) si assume che il tasso (costo opportunità) che entra nel confronto sia il medesimo indipendentemente dall'alternativa (ciò che fa molto comodo da un punto di vista formale perché permette di dividere entrambi i membri della (7) per la stessa quantità e ricavare il valore attuale netto da una parte e il numero zero dall'altra);
- (ii) il tasso di cui sopra viene fatto coincidere con il tasso di rendimento di una terza alternativa del tutto estranea al processo di decisione (ciò che fa comodo per "omogeneizzare" le due alternative).

Pertanto, il principio di omogeneità del confronto viene in realtà violato, giacché l'introduzione dell'alternativa a pari rischio equivale a realizzare un confronto tra le ricchezze corrispondenti alle opzioni 1. e 2. (ciò che, *dal punto di vista della finanza tradizionale*, non è lecito, data la eterogeneità delle due alternative) dove però si applica, per entrambi i corsi di azione, il medesimo tasso  $i$  al fine di ricavarne un valore attuale netto.

### **3. Un esempio**

Si consideri un investitore cui è prospettata l'opportunità di investire in un progetto A che prevede un esborso iniziale pari a 100 e un flusso di cassa atteso dopo un periodo pari a 115. Si supponga che l'investitore abbia una ricchezza pari a 300 investita interamente in azioni Alpha. Si assuma che le azioni Alpha abbiano un tasso di rendimento atteso pari al 10%. Nel caso A sia rigettato, la ricchezza attesa del decisore sarà pari a

$$300(1+0.1)=330. \quad (8)$$

In caso di attuazione di A, il patrimonio atteso di A raggiungerà il valore di

$$(300-100)(1+0.1)+115=335. \quad (9)$$

Avendo, in generale, le due alternative un grado di rischio diverso, la teoria della finanza impone che la prima e la seconda valutazione siano realizzate utilizzando il tasso di rendimento di un'operazione finanziaria di rischio comparabile ad A (sia 20%). La (8) cioè dovrebbe essere

$$300(1+0.2)=360 \quad (10)$$

mentre la (9) diventerebbe

$$(300-100)(1+0.2)+115=355. \quad (11)$$

Come si vede, le decisioni *sub* (8)-(9) e *sub* (10)-(11), se prese sulla base del confronto delle ricchezze attese finali, sono divergenti.

Nulla cambia, concettualmente, se immaginiamo una situazione del patrimonio più strutturata: assumendo che, *ceteris paribus*, il patrimonio del valutatore sia suddiviso in azioni Alpha (60%) e azioni Beta (40%), e supponendo che queste ultime abbiano un tasso di rendimento pari al 30% per periodo, avremo

$$ROE = \frac{0.10 * 180 + 0.3 * 120}{300} = 0.18$$

e, immaginando che l'esborso iniziale sia equamente finanziato da alienazione di Azioni Alpha e Beta,

$$y = \frac{0.1 * (180 - 50) + 0.3(120 - 50)}{200} = 0.17 .$$

Le (8)-(9) diventano allora

$$300(1+0.18)=354 \quad (8\text{-bis})$$

$$(300-100)(1+0.17)+115=349, \quad (9\text{-bis})$$

mentre le (10)-(11) rimangono invariate. Si noti come il principio di omogeneità del rischio non solo possa condurre a risultati confliggenti con quelli ricavati da un confronto tra le alternative realmente in gioco (fare o non fare) ma sia anche insensibile a cambiamenti nella modalità di finanziamento del progetto. In questo secondo caso il confronto tra ricchezze attese sarebbe appannaggio di A, al contrario dell'esempio precedente. Con il principio di omogeneità, invece, l'attribuzione del tasso 15% dell'attività alternativa mummifica, per così dire, il processo di scelta e risulta invariante: esso prescinde da ogni considerazione in ordine alla struttura del patrimonio e alla sua variazione strutturale da parte dell'individuo. Ma variare la struttura della ricchezza vuole dire proprio variare il grado di rischio: pertanto, il principio di omogeneità si autocontraddice. La situazione peggiora del resto quando, più realisticamente, si tratta di valutare investimenti multiperiodali per i quali il valutatore deve tenere conto dei reinvestimenti dei flussi di cassa percepiti periodicamente o quando egli debba confrontare due o più investimenti alternativi (si veda Magni, 1999, per una trattazione adeguata).

#### 4 Un paradosso

Un ulteriore paradosso consiste nel fatto che l'alternativa di pari rischio è introdotta nominalmente, al solo fine di carpirne il tasso di rendimento. Di fatto essa non è un'alternativa *reale*: infatti secondo la

teoria della finanza un eventuale valore attuale netto negativo implica solo che l'investimento A non deve essere realizzato. O, ciò che è equivalente, se il tasso di rendimento dell'alternativa a pari rischio è maggiore del tasso di rendimento di A, la strategia ottima per il decisore è *non investire* (opzione 2.) e non piuttosto *investire nell'attività di pari rischio*. Quest'ultima alternativa è intesa solo come pietra di paragone, come ipotesi di lavoro, del tutto fittizia.

Una tale impostazione non è priva di risvolti bizzarri. Possiamo chiarire come il VAN operi nella soluzione di un problema decisionale di investimento utilizzando la seguente metafora:

i giudici di un concorso ippico in cui sono iscritti due concorrenti devono assegnare il primo premio. Gli elementi rilevanti per il giudizio finale sono dati dal punteggio realizzato e dal tempo impiegato durante la prova. Si supponga che il concorrente n.1 abbia il vantaggio, rispetto al n.2, di un punteggio maggiore, ma sia da quest'ultimo preceduto in termini di tempo impiegato. I giudici decidono di attuare una procedura razionale per l'assegnazione del premio e affermano di voler operare nel seguente modo: si prende in considerazione un concorrente non iscritto al concorso, che qui chiamerò l'ausiliario, che possa vantare il medesimo tempo impiegato dal concorrente n.1. Essi confronteranno il punteggio realizzato dal n.1 e dall'ausiliario: se il punteggio di quest'ultimo è inferiore allora essi decreteranno che il concorrente n.1 è vincitore del concorso, in caso contrario allora essi assegneranno la palma al n.2. L'ausiliario non può invece vincere in nessun caso. Nell'applicare la procedura i giudici commettono però una svista: si dimenticano dell'esistenza dell'ausiliario e non confrontano i punteggi di questo con quelli del concorrente n.1, come era nelle loro intenzioni. Essi al contrario confrontano i punteggi dei due concorrenti in gara, confronto reso possibile da un errore di trascrizione dei punteggi che attribuisce ad entrambi lo stesso tempo impiegato dall'ora dimenticato ausiliario. A parità di tempo impiegato è evidente che il confronto tra punteggi sancisce l'assegnazione del premio.

Sostituendo alla parola `giudici' la parola `VAN', all'espressione `concorso ippico' l'espressione `processo di decisione', rimpiazzando la parola `concorrente' con `alternativa di investimento', cambiando infine `tempo impiegato' e `punteggio' in `rischio' e `ricchezza' (o `rendimento') si ottiene la

procedura comunemente utilizzata dalla teoria della finanza per trattare i processi di decisione.

Essenzialmente, fuor di metafora, ecco quello che avviene:

- (a) un decisore è posto di fronte a due alternative di azione, la n.1 e la n.2
- (b) le due alternative non sono omogenee in termini di rischio
- (c) esiste un principio che esclude la possibilità di confrontare il rendimento di due alternative con rischio dissimile
- (d) si afferma che è necessario introdurre una terza alternativa, la n.3, che abbia lo stesso grado di rischio della n.1
- (e) si afferma di voler confrontare la n.1 con la n.3 dimenticandosi (arbitrariamente) della n.2; ma nel caso in cui la n.3 fosse l'alternativa migliore, si dovrebbe invece ripescare e scegliere la n.2
- (f) un "errore" nell'applicazione della procedura porta a confrontare la n.1 con la n.2 e non con la n.3 come annunciato
- (g) nel confronto, la n.1 e la n.2 vengono "spogliate" dei tassi di rendimento propri e ad entrambe si imputa il tasso di rendimento della n.3
- (h) si condensa il tutto in una semplice formula che riassume il confronto tra le due pseudo-ricchezze finali in termini di valori attuali

Questo è l'approccio che la teoria della finanza suggerisce per la risoluzione di problemi decisionali in ambito economico e finanziario.

Riprendiamo ora il primo esempio in sezione 3. Il grado di rischio dell'alternativa n.1 (progetto A) è diverso dal grado di rischio dell'alternativa 2. (continuare ad investire la propria dotazione in azioni Alpha). Pertanto, stante il principio noto, si introduce l'alternativa n.3, di rischio simile al progetto A, che nulla ha a che vedere con il processo di decisione (l'individuo si sta ponendo il problema relativa all'attuazione o meno del progetto A, non all'investimento nell'alternativa n.3). Il confronto dovrebbe avvenire allora tra queste due alternative omogenee. Il criterio del VAN dovrebbe proprio fare questo. In realtà abbiamo visto che (per errore?) il confronto è sempre tra l'alternativa n.1 e la n.2, solo che ad esse si imputa il tasso di rendimento di un'attività che, si ripete, non ha nulla a

che vedere con il processo di decisione (si rivedano le (10)-(11)). Si noti che, benché si dichiari il confronto tra la n.1 e la n.3, non se ne traggono neppure le piene conseguenze. Se così fosse, un rigetto del progetto A dovrebbe inevitabilmente comportare che la somma di 100 dovrebbe essere investita nell'attività n.3 di pari rischio. Al contrario, dalle (10)-(11) la teoria della finanza ricava solo un rigetto di A (e quindi un'implicita accettazione della n.2 e un rigetto della n.3).

## 5. Illusione cognitiva (prima parte)

In questa sezione mostreremo, riformulando il processo di decisione, come il *principio di omogeneità del confronto*, del tutto disatteso dal criterio del valore attuale netto, è in effetti inapplicabile. Si vedrà che siamo in presenza di stupefacenti illusioni cognitive in cui gli studiosi e gli analisti sono intrappolati.

Riprendiamo il processo decisionale: il decisore ha l'opportunità di investire la somma  $I$ . Si tratta di un esborso finanziario. Ma donde viene tale somma? Evidentemente, da un prelievo ossia da una riduzione del saldo di uno dei conti che compongono il patrimonio dell'investitore. Economicamente, egli può prelevare dal conto Cassa, può vendere azioni o obbligazioni, può prelevare da un conto corrente bancario, o, anche, può prelevare "un po' qua e un po' là", come visto nelle sezioni precedenti. Così facendo, egli paga un costo opportunità, rinuncia cioè ad un certo rendimento atteso (del conto corrente, delle azioni, delle obbligazioni, ecc. o una media di questi) a favore del rendimento di A. Si supponga ora che valga la (2): in tal caso l'investimento deve essere intrapreso. I fautori di questa logica non si accorgono che nel momento in cui si accetta l'investimento, si accetta di pagare il costo opportunità di cui sopra, si rinuncia ad un certo tasso di rendimento relativo alla fonte di finanziamento. Se, per caso, si decide di finanziare il progetto vendendo un'obbligazione, si rinuncia, *ipso facto*, al rendimento atteso di quella attività finanziaria. Ma questo significa inevitabilmente che si preferisce investire la somma  $I$  in A piuttosto che investire la stessa somma nell'obbligazione suddetta. Ma in tal modo si realizza un implicito confronto tra progetto A e

obbligazione, che, in generale, hanno rischio dissimile. Se la somma dovesse essere prelevata dal conto corrente bancario, allora il confronto implicito sarà effettuato tra progetto A e conto corrente bancario, di nuovo due attività (in generale) eterogenee. In generale, è impossibile evitare un confronto non omogeneo in termini di rischio, giacché il decisore è costretto a stornare fondi da una o più attività e con ciò facendo paga il costo opportunità legato alla rinuncia del rendimento che avrebbe avuto se non avesse stornato quei fondi. Tale storno indica che il progetto A è preferito alla attività o alle attività da cui si preleva la somma ed essendo queste attività dissimili in termini di rischio dal progetto A, il principio di omogeneità del confronto viene inesorabilmente violato. Che cosa succede se invece il valore attuale netto è negativo? Il criterio del VAN impone di non accettare l'investimento. Ma questo vuol dire che non verranno stornati fondi dalla fonte o dalle fonti che sarebbero state attivate se l'investimento fosse stato intrapreso. Dunque si preferisce lasciare la somma investita nell'obbligazione o nell'azione o nel conto corrente ecc. piuttosto che investirla in A. Di nuovo, si effettua un implicito confronto tra attività non omogenee in termini di rischio. L'illusione cognitiva è potente e inesorabile: si crede di poter confrontare alternative omogenee in termini di rischio ma ciò è impossibile. (Non mi soffermo sull'obiezione secondo cui è possibile finanziare il progetto attraverso un arbitraggio, senza attivare cioè alcun conto del proprio patrimonio. Un tale arbitraggio, quand'anche possibile, è inefficace: si veda, per i dettagli, Magni 2002a).

Nei termini del nostro (primo) esempio in sezione 3., gli avvocati del criterio del valore attuale netto credono nell'esistenza di un unico costo opportunità, ossia il 20%, tasso di rendimento dell'attività alternativa. Ma non possono disfarsi dell'altro costo opportunità di cui abbiamo discettato, quel 10% cui si rinunciarebbe se il progetto A venisse attuato. Ingenuamente, i fautori del VAN (e del principio incriminato) non si rendono conto di un altro principio fondamentale di carattere logico, ben ovvio per gli psicologi della decisione, per il quale scegliere una tra due alternative implica rigettare l'altra: "When individuals make a choice between two alternatives, then choosing one alternative is logically equivalent to rejecting the other" (Legrenzi, Girotto e Johnson-Laird, 1993, p.63). Questo vuol dire che se l'alternativa è fare o non fare A, scegliere di fare A vuol dire rigettare il non fare A (che è

logicamente equivalente a investire i 300 in azioni Alpha), e viceversa. Ma se rigetta un'alternativa, allora l'individuo ha, volente o nolente, confrontato `fare A' con `non fare A', le quali sono, per ipotesi, non comparabili in termini di rischio. Gli *aficionados* del VAN non solo non si accorgono che un valutatore non può fare a meno di confrontare alternative di rischio differente, ma gli impongono di scegliere quell'unico costo opportunità relativo ad un'alternativa che, in quanto non facente parte del processo di decisione, è stata scartata a priori. Ma che essa sia scartata a priori lo comprova il fatto che, essi stessi, di fronte a un valore attuale negativo di A (quale quello derivante dal confronto tra la (10) e la (11)), che sancirebbe la convenienza dell'attività alternativa rispetto al progetto A, impongono al valutatore non di investire nell'attività alternativa stessa, bensì di non fare nulla, proprio perché l'alternativa considerata dalla teoria della finanza è stata scartata a priori dal valutatore. Di nuovo, consigliare il decisore di non fare nulla vuol dire consigliarlo di investire i fondi in un'attività di rischio differente da A: il principio di omogeneità è di nuovo a pezzi.

## **6. Illusione cognitiva (seconda parte)**

Un'altra illusione cognitiva, di tenore simile, è rilevabile. Si supponga che l'investitore decida di investire una certa somma  $I$  e si guardi intorno, per così dire, al fine di scegliere un'alternativa. Si supponga che gli si prospetti l'opportunità di investire in un qualsivoglia progetto aleatorio A1 (è possibile ora pensare anche ad un progetto multiperiodale di struttura qualsiasi). Si supponga ancora che il valore attuale netto di A1, calcolato al tasso  $i$  di un'attività A2 di pari rischio, sia negativo. Secondo la teoria della finanza, ciò indica che l'investimento non deve essere attuato. A questo punto, il processo di decisione sarebbe concluso. In realtà non è così. Il nostro decisore vuole investire la somma  $I$ , quindi continuerà a cercare un'attività in cui investire. Si supponga che gli si prospetti la possibilità di investire in un'attività B1 (con flussi aleatori) e che il suo valore attuale netto, calcolato al tasso di rendimento di un'attività B2 comparabile, sia positivo. Allora il decisore decide di investire in

B1. Ora sì, solo ora, il processo di decisione è concluso. Descriviamo tale processo nella sua sequenza logico-temporale:

(I) il decisore decide di investire la somma  $I$

(II) il decisore ha l'opportunità di investire in A1. Egli valuta l'investimento scontando i flussi di cassa al tasso di un investimento A2 con rischio di rischio equivalente a quello di A1 e trova che il valore attuale netto è negativo

(III) A1 viene scartato e il decisore cerca un altro investimento

(IV) il decisore trova il progetto B1, di rischio differente da quello di A1

(V) viene calcolato il valore attuale netto di B1, scontando i flussi di cassa al tasso di rendimento di un investimento B2 con rischio equivalente a quello di B1. Il valore attuale netto risulta positivo

(VI) B1 viene attuato

È palese la violazione del *principio di omogeneità del rischio*: il processo di decisione del nostro decisore inizia con la volontà di investire una certa somma e si conclude con la scelta di una determinata attività in cui investire la stessa. Nel nostro processo il decisore ha scelto B1 e scartato A1. Così facendo ha implicitamente preferito B1 ad A1. Non importa che il confronto sia stato indiretto, ottenuto mediante valori attuali netti il cui segno è determinato da tassi riferiti ad attività che in effetti non rientrano, come visto, nel processo di scelta. Ciò che conta è che, in un modo o nell'altro, A1 è stato scartato e B1 è stato scelto, che è come dire che B1 è meglio di A1. Ma A1 e B1 hanno rischio diverso: su quali basi A1 e B1 vengono confrontati se la teoria della finanza (e con essa, il VAN) ci dice che non è ammesso il confronto tra attività a rischio non equivalente?

Utilizzando un'altra metafora, la teoria della finanza suggerisce al valutatore di adottare una linea di ragionamento analoga a quella del bizzarro protagonista della seguente storiella:

Franco decide di uscire dopo cena per divertirsi. Gli si prospetta la possibilità di assistere a una commedia di Goldoni. Egli sa di poter, in alternativa, andare in un altro teatro ad assistere ad una commedia di Tennessee Williams. Franco ama le commedie di Williams più di quelle di Goldoni, così rigetta l'idea di andare a vedere Goldoni. Dopodiché, egli legge che nella sala polivalente del Comune si terrà un concerto del trombettista Enrico Rava. Per decidere se andare, egli confronta questa opportunità con un'altra omogenea: questa sera infatti il sassofonista Gato Barbieri suonerà in un teatro tenda. Franco preferisce la musica di Rava a quella di Barbieri. Pertanto questa sera uscirà per vedere il concerto di Rava.

A prescindere dal fatto che questa linea di ragionamento appare piuttosto astrusa, non vi è dubbio che Goldoni sia stato scartato e il concerto di Rava prescelto. In altri termini l'alternativa 'Rava' è preferita all'alternativa 'Goldoni'.

Di nuovo, sostituendo a 'Goldoni' e 'Rava' i termini 'A1' e 'A2', cambiando 'Tennessee Williams' e 'Gato Barbieri' con 'A2' e 'B2', ritroviamo il percorso argomentativo *sub* (I)-(VI).

Così, mentre la teoria della finanza ci suggerisce di evitare il confronto tra attività eterogenee e di utilizzare il VAN con un tasso di rendimento di pari rischio, l'applicazione stessa della metodologia conduce inevitabilmente a quel confronto illecito che la metodologia stessa dovrebbe prevenire. Che l'esempio del valutatore Franco sia del tutto equivalente lo si può apprezzare anche riprendendo il semplice (primo) esempio in sezione 3., dove ora il progetto A verrà chiamato A1. Si supponga che il nostro valutatore (Franco) desideri investire 100 e gli si prospetti l'opportunità di intraprendere l'investimento A1. Egli calcola il VAN di A1 col 20%, costo opportunità di un'attività alternativa di pari rischio (la nostra A2). Pertanto, il confronto (diretto) tra A1 e A2 ci dice che A1 non è conveniente. A questo punto Franco cerca un altro investimento possibile. Supponiamo gli si prospetti un investimento B1 (di rischio differente da A1) che prevede l'investimento dei 100 ad un tasso di rendimento del 40%. Per valutarne la convenienza Franco ne calcola la convenienza mediante applicazione del criterio del VAN, in cui egli applica un tasso, diciamo il 35%, di un'attività alternativa

di pari rischio, la nostra B2. Il VAN è, sulla base dei dati supposti, positivo. Pertanto, Franco attua l'investimento B1. Ora, memori di quanto ricordato sopra, è chiaro che Franco ha rigettato A1 e accettato B1, ma questi sono investimenti che, secondo la teoria della finanza, non dovrebbero essere confrontati. Franco poteva bensì investire i 100 in A1, ma non l'ha fatto: ha invece investito quella somma in B1. Da un punto di vista logico non si scappa dunque: B1 è stato preferito ad A1. La storiella del Franco musicale può allora essere parafrasata con la storiella del Franco investitore:

Franco decide di investire una somma pari a 100. Gli si prospetta la possibilità di investire in un investimento A1. Egli sa di poter, in alternativa, investire in un'attività A2 paragonabile. A1 rende il 15%, A2 il 20%. Franco rigetta A1. Dopodiché, egli scopre che vi è la possibilità di investire i suoi fondi in un investimento B1. Per decidere se realizzarlo, egli confronta questa opportunità con un'altra analoga disponibile: esiste la possibilità di investire alternativamente in B2. B1 rende il 40%, B2 il 35%. Pertanto egli investe in B1.

A questo punto, l'analogia tra il Franco della storiella musicale e il Franco investitore è completa. Il primo non è più illogico del secondo o, se si preferisce, la presunta razionalità del secondo deve far accettare anche la razionalità del primo.

## **7. Uscita dal tunnel**

Data l'inaffidabilità assoluta del criterio del VAN, sembra che rimangano aperte due alternative, entrambe sgradevoli agli occhi di un decisore che volesse una procedura sicura e affidabile per valutare i propri investimenti. La prima alternativa è l'utilizzo delle funzioni di utilità. Queste si portano un carico d'onore fin dalla loro introduzione nella teoria delle decisioni (von Neumann e Morgenstern, 1944) nonostante i numerosi paradossi cui essa sembra andare incontro (per una rassegna, si veda Hey, 1991). Ma, a prescindere da ciò, esse sono improponibili in ambito economico-aziendale, data la complessità di applicazione. La maggior diffusione del VAN è dovuta proprio alla sua semplicità e

(illusoria, come abbiamo visto) trasparenza. La seconda alternativa è l'approccio della *business economics*, secondo la quale la complessità dell'ambiente esterno non può essere colta da nessun modello: l'uomo è l'unico soggetto in grado di ponderare fattori quantitativi e qualitativi, nonché di assecondare le proprie inclinazioni e i propri desideri. Secondo tale approccio, non vi è possibilità alcuna per fornire strumenti decisionali di una qualche utilità ai valutatori (Grant, 1995; Grant e Robert, 1995; Quinn e Mintzberg, 1996). Eppure, tra l'idea di un modello di razionalità assoluto quale è la teoria dell'utilità e un radicale credo nell'impossibilità di ottenere ausili alla decisione, esiste un pertugio entro il quale si annida la possibilità di allontanarsi dalla normatività inapplicabile e dall'assenza totale di strumenti decisionali e, allo stesso tempo, di soddisfare requisiti di coerenza logica e sfruttare, almeno in parte, le potenzialità decisionali del decisore. Nella presente sezione si accennerà in modo estremamente sintetico alla possibilità di sbarazzarsi del VAN nella valutazione degli investimenti, senza dover accettare la tesi dell'impossibilità di gestire quantitativamente un processo di decisione. L'idea fondante è quella di dimenticare completamente tutto ciò che la teoria della finanza impone e di concentrare gli sforzi sui ragionamenti che un valutatore effettua quando deve decidere. Il punto non è come un decisore dovrebbe decidere, ma come un decisore *de facto* decide. Si tratta cioè di sbarazzarsi di un approccio normativo e di abbracciare un approccio descrittivo, in viso ai matematici, ai teorici delle decisioni, agli economisti, ma molto più apprezzato in campo cognitivo dagli psicologi del pensiero e della decisione (cfr. Legrenzi e Girotto, 1999). In questo senso diverse proposte sono state formulate (cfr. ad esempio la teoria dell'utilità multiattributiva di von Winterfeld e Edwards, 1986), ma, per quanto scevre da un approccio assiomatico e più realistiche descrittivamente, esse risultano altrettanto elaborate e difficili da applicare da parte dell'individuo. Un nuovo e rivoluzionario approccio è stato proposto da Mastroleo, Magni e Facchinetti (2000), in cui si sviluppa un modello di valutazione di un investimento strategico, sulla scorta di un'idea metodologica offerta in Magni (1998). Il modello è un sistema esperto in grado di replicare in modo automatico il processo di valutazione di un esperto (o di un pool di esperti). In sintesi, l'esperto viene intervistato più volte sul modo in cui ha condotto investimenti passati, sul modo in cui egli pensa si comporterebbe di

fronte a certi eventi e a certe situazioni, su che cosa egli deciderebbe o avrebbe deciso nel caso una determinata situazione fosse o fosse stata presente. L'obiettivo delle interviste è quello di far emergere il modo di pensare, di valutare dell'esperto, il suo sistema di preferenze, i ragionamenti che egli effettua (o ha effettuato) di fronte a determinati investimenti (reali o immaginari). Si traggono informazioni relative alle variabili considerate più importanti nella valutazione degli investimenti e si cerca di ricavare il modo in cui l'esperto integra tali variabili. Un elemento fondamentale di tale analisi è l'uso del condizionale controfattuale, un periodo ipotetico del tipo

Se A fosse (stato) X, allora B sarebbe (stato) Y.

I condizionali controfattuali sono utilizzati in ambito decisionale molto spesso, sia nel dominio personale (Landman e Manis, 1992) sia nelle decisioni finanziarie (Lundberg e Frost, 1992) sia nelle decisioni di consumo (McConnell et al., 2000; Tsiros e Mittal, 2000; McGill, 2000; Roese, 2000). Nei processi di decisione manageriali, essi sono usati, per lo più inconsciamente, dagli esperti nel corso dei loro ragionamenti. Ad esempio, si consideri un ragionamento controfattuale del tipo

Se il grado di differenziazione del nostro prodotto risultasse elevato, se riuscissimo a contenere i costi una volta entrati sul mercato, allora potremmo avere un buon ritorno in termini di fatturato, qualora i concorrenti abbiano reazioni modeste.

In tal caso, l'esperto sta offrendo l'idea che la variabile fatturato dipenda da tre variabili: il grado di differenziazione del prodotto, il risparmio sui costi, la reazione della concorrenza. Controfattuali di questo tipo informano non solo sulle relazioni instaurate dal decisore, ma anche sul tipo di relazioni. I controfattuali sono tradotti in implicazioni logiche del tipo <SE... ALLORA> e il linguaggio ordinario dell'esperto viene tradotto poi quantitativamente mediante la logica fuzzy (cfr. Kosko, 1993; von Altrock, 1997, Bodjaziev e Bodjaziev, 1997). Tale procedura viene automatizzata e il sistema esperto fornisce, per ogni set di variabili considerate rilevanti per la valutazione dell'investimento, una risposta

sul grado di attrattività dell'investimento in un intervallo di numeri reali compresi tra 0 e 1: maggiore il valore della risposta, maggiore l'attrattività dell'investimento. In Magni, Mastroleo, Facchinetti (2001) si mostra, tra l'altro, come il valore attuale netto possa comunque essere integrato in modo naturale nel sistema esperto. Del tutto inaffidabile se preso separatamente col suo principio di omogeneità, il valore attuale netto può costituire una tra le tante variabili che determinano il valore di un investimento. In questo caso però, il valore del tasso utilizzato per lo sconto dei flussi di cassa può essere scelto direttamente dal decisore, il quale avrà tutta la libertà di prescindere da fittizie attività alternative di pari rischio. Un caso reale è stato poi analizzato in Magni, Mastroleo, Vignola, Facchinetti (2002), dove il valore di un investimento strategico effettuato dalla Florim S.p.a. (azienda ceramica del distretto di Sassuolo) è stato calcolato del tutto indipendentemente da analisi di tipo quantitativo (e quindi indipendentemente dal VAN). Tale strumento è semplice, intuitivo, flessibile (il sistema esperto può essere modificato in qualsiasi momento) e di facile impiego. È impossibile soffermarsi in questa sede sulla descrizione approfondita di tale strumento: il lettore interessato potrà rivolgersi ai riferimenti bibliografici.

## **Conclusioni**

Questo articolo si pone l'obiettivo di mettere in luce alcuni problemi che sorgono nell'adozione del criterio del valore attuale netto. Limitandosi per lo più ad un'analisi uniperiodale e al caso di investimenti sostenuti con capitale proprio, il presente lavoro mostra come contraddizioni e illusioni cognitive pervadano i principi e l'applicazione del criterio del valore attuale netto in un contesto aleatorio. Essendo tali fallacie inerenti al processo decisionale e indipendenti dalla struttura dell'operazione, è agevole intuire che esse si presentino, con ancora maggior pregnanza, in contesti multiperiodali e in presenza di finanziamenti esterni (cfr. Magni, 1999, e Magni, 2002a). Il caso di scelta tra due investimenti alternativi è poi analogo alla situazione qui analizzata di scelta tra fare e non fare un investimento. Si tratta, in entrambi i casi, di due alternative non omogenee in termini di rischio.

Il VAN è spesso criticato per questioni di ordine normativo (legate all'uso delle funzioni di utilità) o per questioni relative alla sua inapplicabilità in situazioni di flessibilità (cfr. le opzioni reali), ma non lo è mai stato, finora, sulla base di considerazioni logico-epistemologiche, che lo rendono inaffidabile del tutto indipendentemente da critiche di altro tipo: la finanza cioè promette di fare con il VAN quello che esso non è in grado di fare: aiutare la scelta di un decisore in un contesto aleatorio. Gli è che il VAN è uno strumento controintuitivo (si ricordi il concorso ippico e il processo decisionale di Franco) e ben poco affidabile anche nella più semplice delle situazioni decisionali. Insistere su questa metodologia solo perché elegante e semplice non migliora le sue prestazioni: *i freni d'oro non fanno migliore il cavallo*, e il suo radicamento in letteratura e nella pratica finanziaria appare come dettato da un processo di convenzionalizzazione, secondo il quale esso non può più essere messo in discussione. Tale convenzionalizzazione, operata da accademici e analisti finanziari, ha accreditato il VAN come il criterio di scelta per antonomasia: un investitore razionale avverso al rischio deve normativamente adottarlo come spartiacque tra investimenti accettabili e non accettabili. Considerando che il VAN è di frequente uso anche nella valutazione di aziende e a fini di controllo di gestione (cfr. l'EVA di Stewart, *op.cit.*) è bene a mio parere suggerire al decisore di porre estrema cautela e di considerare quali sono le reali alternative che costituiscono l'insieme di opzioni a disposizione, eliminando alternative fittizie, che finiscono per rendere non semplicemente macchinoso il significato dell'approccio, ma addirittura autocontraddittorio. Nella sezione conclusiva, si è accennato alla possibilità di ovviare all'approccio fallimentare del VAN mediante l'uso di una metodologia basata sull'uso congiunto di psicologia cognitiva (condizionali controfattuali), intelligenza artificiale (sistemi esperti), e logica non classica (logica fuzzy) .

## **Bibliografia**

Bojadziev, G. e Bojadziev M., (1997), *Fuzzy logic for business, finance, and management*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Brealey, R. A. e Myers, S. C. (2000), *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill, New York.

Cammarata, S. (1994), *Sistemi fuzzy: un'applicazione di successo*, Etas libri, Milano.

Copeland, T., Koller, T. and Murrin, J. (1990), *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, John Wiley & Sons, New York.

Dixit, A. e Pindyck, A. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Esposito, M. (1998), L'algebra del metodo EVA, *Collana Ricerche della Banca Commerciale Italiana*, Pandrea.

Facchinetti, G., Magni, C.A., Mastroleo, G. Vignola, M. (2001a), An application of fuzzy expert systems to strategic investments: The case of Florim S.p.a., *Proceedings of International ICSC Symposia on Soft Computing (SOCO2001) and Intelligent Systems for Industry*, June 26-29, University of Paisley, Scotland, UK.

Facchinetti, G., Magni, C.A., Mastroleo, G. Vignola, M. (2001b), Valuing strategic investments with a fuzzy expert system: an italian case, *Proceedings of International Fuzzy Systems Association and The*

*North American Fuzzy Information Processing Society, Joint Conference, Vancouver, Canada July 25-28.*

Grant, R.M. (1995), *Contemporary strategy analysis: concepts, techniques, applications*, Blackwell, Oxford.

Grant, R. e Robert, M. (1995), *Contemporary Strategy Analysis: concepts, techniques, applications*, Blackwell, Oxford.

Hey, J. (1991), *Experiments in Economics*, Basil Blackwell, Oxford.

Kahneman, D., Slovic, P. e Tversky, A. (1982), *Judgment under Uncertainty: heuristics and biases*, Cambridge University Press, Cambridge.

Kosko, B. (1993), *Fuzzy Thinking: The New Science of Fuzzy Logic*, Hyperion, trad. it. *Il fuzzy-pensiero*, Baldini & Castoldi, Milano, 1994.

Jones, A., Kaufmann, A. e Zimmermann, H.J. (eds.) (1985), *Introduction to fuzzy arithmetic: Theory and application*, Reidel, Dordrecht.

Landman, J. e Manis, J.D. (1992), What might have been: Counterfactual thought concerning personal decisions, *British Journal of Psychology*, **83**, 473-477.

Legrenzi, P. e Girotto, V. (1999), *Psicologia del pensiero*, il Mulino, Bologna.

Legrenzi, P., Girotto, V. e Johnson-Laird, P.N. (1993), Focussing in reasoning and decision making, *Cognition*, **49**, 37-66.

Lundberg, C.G. e Frost, D.E. (1992), Counterfactuals in financial decision making, *Acta Psychologica*, **79**, 227-244.

Magni, C.A. (1998), Aspetti quantitativi e qualitativi nella valutazione di un'opzione di investimento, *Finanza, Marketing e Produzione*, **3**, 123-149.

Magni, C.A. (1999), Un criterio strutturalista per la valutazione di investimenti, *Il Risparmio*, **5-6**, set-dic, 781-806.

Magni, C. A. (2000), Decomposition of a Certain Cash Flow Stream: Differential Systemic Value and Net Final Value, *Atti del XXIV Convegno AMASES*, Padenghe.

Magni, C.A. (2002a), Investment Decisions in the Theory of Finance: Some Antinomies and Inconsistencies, *European Journal of Operational Research*, **137**(1), 206-217.

Magni, C.A. (2002b), Decomposition of Net Final Values: Systemic Value Added and Residual Income, *Bulletin of Economic Research*, in corso di stampa.

Magni, C.A., Mastroleo, G. e Facchinetti (2001), A Fuzzy Expert System for Solving Real Option Decision Processes, *Fuzzy Economic Review*, **VI** (2), 51-73.

Magni, C.A., Vignola, M., Mastroleo, G. e Facchinetti (2002). Strategic Options and Expert Systems: a fruitful marriage, *Soft Computing* (accettato).

Mastroleo, G., Facchinetti G. e Magni C.A. (2001), A Proposal for Modeling Real Options through Fuzzy Expert Systems, *Proceedings of the 16<sup>th</sup> ACM Symposium on Applied Computing (SAC 2001)*, Las Vegas (USA), March.

McConnell A.R., Niedermeyer K.E., Leibold J.J., El-Alayli A.G., Chin P.G. e Kuiper N.M. (2000), What if I find it cheaper someplace else?: Role in prefactual thinking and anticipated regret in consumer behaviour. *Psychology and Marketing*, **17**, 281-298.

McGill A.L. (2000), *Counterfactual reasoning in causal judgments: Implications for marketing*. *Psychology and Marketing*, **17**, 281-298.

Quinn, J. B. e Mintzberg, H. (1996), *The strategy process: concepts, contexts, and cases*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Roese N.J. (2000), Counterfactual thinking and marketing: Introduction to the special issue. *Psychology and Marketing*, **17**, 277-280.

Ross, S. A., Westerfield, R. e Jaffe, J. F. (1993), *Corporate Finance*, third edition, Irwin, Homewood.

Stewart, G. B. (1991), *The Quest for Value: the EVA™ Management Guide*, HarperCollins, New York .

Trigeorgis, L. (1986) *Valuing Real Investment Opportunities: An Options Approach to Strategic Capital Budgeting*, Doctoral Dissertation, Harvard University, Harvard.

Trigeorgis, L. (1996) *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, Cambridge, MA.

Tsiros M. e Mittal V. (2000), Regrets: A model of its antecedents and consequences in consumer decision making, *Journal of Consumer Research*, **26**, 401-417.

von Neumann, J. e Morgenstern, O. (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

von Altrock, C. (1997), *Fuzzy Logic and NeuroFuzzy applications in Business and Finance*, Prentice-Hall.

von Winterfeld, D. e Edwards, W. (1986), *Decision analysis and behavioral research*, Cambridge University Press, Cambridge.